流通科学大学論集－経済・経営情報編－第16巻第２号, 159－174（2008）

複数条件を考慮した
時間割配置問題のハイブリッドＧＡ解法

A Hybrid GA for Solving Timetabling Problems with Sets of Constraints

関　陽*、平 越 裕 之**

Yang Guan, Hiroyuki Hirakoshi

時間割配置問題は NP 困難(NP-Hard, NP: Nondeterministic Polynomial time solvable)な組合せ最適化問題であり、準最適解を求めるメタ戦略が有効である。本稿では大学の時間割配置問題に対し、学生の履修の容易さと教員の制約条件を考慮した、GA(Genetic Algorithm)の解法を提示し、ヒューリスティックな局所探索を導入したハイブリッド GA の解法を提案する。

キーワード:　時間割配置問題、遺伝的アルゴリズム、ハイブリッド GA、ヒューリスティック

Ⅰ．はじめに

時間割配置問題は NP 困難(NP-Hard, NP: Nondeterministic Polynomial time solvable)な組合せ最適化問題であり、規模が大きくなればなるほど現実的な時間で厳密解を求めることが非常に困難である。そのためこれまでも GA（Genetic Algorithm：遺伝的アルゴリズム ）のようなメタ戦略を用いて近似解を求める方法等が提案されている [1-7]。Colorni ら [2] は 2 次元配列に教室番号を配置する個体表現で GA を適用した。Abramson ら [3] は並列 GA を時間割問題に用いた。福島ら [4] は中学校のクラス単位の時間割配置問題を対象に GA の適用を提案した。田中ら [5] は、個人チュータ制の塾を対象に、希望票に基づく時間割配置問題に GA を用いた。田中ら [6] のような、クラス単位の時間割配置問題に対して、教育上の配慮と教員希望を考慮した多目的 GA の解法も報告されている。また、上田ら [7] は、クラス単位の時間割配置問題に対して、GA と他のヒューリスティック方法の比較を行った。しかし、現実の時間割配置問題にはさまざまな制約条件があり、問題によっては解法そのものが適用できないことも多い。

GA は広大な解空間から準最適解を求めるのには適しているが、得られる準最適解は局所解にもなっていないことが多く、局所解への収束は性質上困難である。そのため、GA のみを用いるよりも、ヒューリスティックな方法を用いた局所探索も併せて導入するハイブリッド GA が有効であることが多いとされている。

本稿では、大学の時間割配置問題を対象に、それぞれの学生が規定されたカリキュラム体系の中か

*　流通科学大学情報学部、〒651－2188　神戸市西区学園西町３－１
** 流通科学大学情報学部、〒651－2188　神戸市西区学園西町３－１

(2007年９月７日受理)

ら自由度を持って各々の履修科目を選択する問題を考える。このタイプの問題に対して、GA を用いた解法、及びヒューリスティックを利用した局所探索を取り入れたハイブリッド GA の解法を提案し、実験によってその効果を評価する。

Ⅱ．時間割配置問題

時間割配置問題には、中学校・高校を対象とした問題、個人チュータ制の塾を対象とした問題、大学を対象とした問題、試験日程を対象とした問題など時間割作成方法に応じた問題がある。大学の時間割配置を対象とする問題は、クラス単位で扱う場合と、学生単位で扱う場合に大別することができる。クラス単位の場合はクラスごとに受講すべき科目が規定されており、学生単位の場合は、カリキュラム規定の範囲内でそれぞれの学生が履修する科目を選択することを前提とした問題設定になる。本稿では、学生単位で考えた場合の大学の時間割配置問題を対象とする。

まず、ある規定のカリキュラム体系に従う学生集団（学部、学科、コースなど）を対象に開講する科目の時間割配置問題を考える。カリキュラムは複数の科目から構成され、それぞれの科目には担当教員や「必修」、「選択必修」、「選択」などの属性が規定されている。以下、これらの属性を科目属性と呼ぶ。各学生は、「必修科目のすべて、選択必修科目の中から x 単位以上、選択科目の中から y 単位以上」のような要件を考慮し、開講される科目の中から自らの希望に従って科目を選択履修する。科目 $s_i\ (i=1,2,\cdots,N_s)$ の集合を S、科目属性 $a_j\ (j=1,2,\cdots,N_a)$ の集合を A、配置可能な曜日時限（以降時限と呼ぶ）$t_k\ (k=1,2,\cdots,N_t)$ の集合を T とおくと、時間割作成問題は S から T への射影を決める問題となり、その評価は a_j を含めた評価式で決定される。

時間割配置問題は

C1：同じ時限に同一教員の担当科目が複数配置できない

という基本的な制約のほかにも、様々な制約条件が存在する。本稿では、学生の履修しやすさを考慮した制約条件と、教員の希望を考慮した制約条件を考える。

各々の学生が要件を考慮しながら希望の科目を履修することを考えると、時間割配置においては、学生の履修のしやすさを考慮し、概ね科目配置を分散させるほうが望ましい。一方、通常開講科目数は一週間の総時限数よりも多いので、同じ時限に複数の科目を配置することは避けられない。このような場合には、科目属性の重要度に従って、重要度の高い科目間の重複配置を極力さけるとともに、全体の科目の重複配置の度合いを減らす必要がある。本稿では、学生の履修のしやすさに関する制約条件として、以下のものを仮定する。

SC1：科目属性によって同時限重複配置を極力避ける。その優先度は科目属性によって与えられるものとする。（通常最優先属性は必修科目と考えられる）

SC2：異なる科目属性間の科目に対しては、最も優先される科目属性科目との重複配置を極力避ける。

実際の大学時間割配置においては、講義の質を保つために一日の開講数を制限したり、研究活動等のための自由曜日の確保や、会議時間・他校講義等の時間の確保のために特定の教員の担当科目を特定の時限に配置しないといった制約も存在する。本稿では、以下のような教員に関する制約条件を仮定する。

TC1：各教員の授業配置曜日数は、一週間にT_1以内にする。

TC2：各教員の一日に配置される科目数は、T_2以内にする。

TC3：各教員は科目を配置しない時限、及びできれば配置してほしくない時限を持つ。

制約条件に対する扱いは、必ず充足されなければならないハード制約とする場合と、充足することが望ましい制約とする場合がある。一般的に、ハード制約が多いと可能解の空間が狭まることで、遺伝子操作過程での致死遺伝子の発生確率が高まり、これを解消するための修復作業の必要性が高くなる。また、そもそも可能解が存在するかどうかの議論にもなり、本稿で考える時間割配置問題では可能解の存在も困難となることが多い。本稿では、同じ時限に同一教員の担当科目が複数配置できない制約条件 C1 をハード制約とし、学生に関する制約条件と教員に関する制約条件を充足することが望ましい制約とする。

なお、学生に関する制約条件 SC1、SC2 と教員に関する制約条件 TC1、TC2、TC3 はトレードオフの関係となる。また、時間割配置問題においては、配置可能な教室に関する制約も考慮すべき要素の一つであるが、本稿では明示的に考慮しない。一般的に大学においては最低限の教室数は確保されており、本稿での制約条件を用いる限り、講義配置は各時限に分散されるので、そもそも教室に関する制限は現実的な意味を持たなくなる可能性が高いからである。

Ⅲ．GA による解法

1．個体表現と初期世代

科目を遺伝子座とし、それに時限を割り当てることで個体を表現する。科目は前もって担当教員順にソートしたものを使用する。

時限	8	3	15	9	22	8	25	7	···	4
科目番号	1	2	3	4	5	6	7	8	···	N_s
教員	教員1				教員2				···	

図 1．個体表現

図 1 に示すように、個体は長さN_s（科目数）の染色体で表現される。遺伝子座$i=1,2,\cdots,N_s$は、担当教員順にソートされた科目に付けられた科目番号である。同じ教員が担当する科目に対応する遺

伝子座は隣合せに並んでいる。それぞれの遺伝子座には、$(1,2,\cdots,N_t)$から選ばれた１つの番号（以降時限番号と呼ぶ）が割当てられている。時限番号は配置可能な時限に付けられた通し番号であり、例えば１日５時限までとすると、時限番号７は火曜日の２限を表す。このようにして、１つの個体が可能な時間割配置の１つを表現するようにする。

初期の個体は各科目番号に時限番号をランダムに割当てることによって生成する。但し、初期の個体に致死遺伝子を含まないように（すなわち、制約条件 C1 を満たすように)、同一教員の科目には異なる時限番号を割当てるようにしている。世代サイズ分の個体をランダムに生成し、これを初期世代とする。

2. 選択と再生

選択と再生は、ルーレット戦略とエリート保存戦略を併用する。各個体の線形スケーリングした適応度に比例した確率で子孫を残し、各世代に対して、適応度の高い順から指定した数（以降、エリート数と呼ぶ）の個体をそのまま次世代に残す。

3. 交叉

ここでは、位置指定の１点交叉を用いる。遺伝子の交叉操作においては、親から子孫への形質遺伝が重要視されている。前述の個体表現方法においては、遺伝子座に割当てられた時限番号が有用な形質であるためこの方法を採用した。

各交叉のキー点をランダムに選ぶが、その際、遺伝子座においてキー点が各教員の境目になっている場合は、交叉で再生された２つの子（次世代の個体）は自動的に制約条件 C1 を充足する。しかし、キー点がある教員の担当科目列の中、つまりある教員が担当する科目群を分断することになった場合は、制約条件 C1 に違反する交叉が行われる可能性がある。このため、交差によって生成された個体に対して、該当教員の担当科目配置が、制約条件 C1 を満たすかどうかをチェックし、同じ時限に複数の同一教員科目が配置された場合には、生成された個体に致死遺伝子が含まれるため、次の方法でそれを解消する。

・同じ時限に割当てられた複数の科目に対して、１つの科目に割当てられた時限番号をそのまま残し、他の科目の時限番号を該当教員の空いている時限からランダムに選んで割当てる。

つまり交叉で再生された個体には、致死遺伝子は含まれないこととなる。

4. 突然変異

同じ個体における確率的操作が突然変異である。ここでは、次の反転と交換の２つの操作を突然変異とする。

a.反転　選ばれた遺伝子座において、その科目の担当教員が担当していない時限からランダムに１つの時限を選び、その遺伝子座に割当てる。

b.交換　選ばれた遺伝子座において、その科目の担当教員の他の担当科目の遺伝子座をランダムに１つ選び、２つの遺伝子座に割当てられた時限を交換する。

突然変異によって生成された新たな個体は自動的に制約条件 C1 を充足する。

5. ペナルティと適応度の計算

これまで、学生の履修のしやすさに関する制約条件 SC1、SC2 と教員に関する制約条件 TC1、TC2、TC3 は充足することが望ましい制約として問題設定を行った。ここでは、それぞれの制約条件に対するペナルティ（コスト）を定義し、同時に適応度を以下のように定義する。

a. 制約条件 SC1 に対するペナルティ

$$P_{SC1} = \sum_{j \in A} \sum_{k \in T} c_j \left(n_{jk}^{SC1} - 1\right) \alpha^{n_{jk}-1} \tag{1}$$

但し、

A：重要度順に並べられた科目属性の集合

T：配置可能な時限の集合

c_j：科目属性 j の科目の重複配置コスト係数

n_{jk}^{SC1}：時限 k に配置された科目属性 j の科目の数

α：重複度係数

b. 制約条件 SC2 に対するペナルティ

$$P_{SC2} = \sum_{i \in A} \sum_{j \in A, j > i} \sum_{k \in T} c_{ij} n_{ijk}^{SC2} \beta^{n_{ijk}} \tag{2}$$

但し、

A：重要度順に並べられた科目属性の集合

T：配置可能な時限の集合

c_{ij}：科目属性 i の科目が配置された時限における科目属性 j の重複配置コスト係数

n_{ijk}^{SC2}：時限 k に科目属性 i の科目が配置された場合の科目属性 j の科目の数

β：重複度係数

c. 制約条件 TC1 に対するペナルティ

$$P_{TC1} = \sum_{l \in L} d_1 (n_l^{TC1} - T_1) H(n_l^{TC1} - T_1) \tag{3}$$

但し、

L：教員の集合

d_1：配置曜日数が超過する場合のコスト係数

n_l^{TC1}：教員 l の担当科目が配置された曜日の数

T_1：最大配置曜日数

$H(x)$：単位ステップ関数、$H(x)=\begin{cases}0, x \le 0\\ 1, x > 0\end{cases}$

d. 制約条件 TC2 に対するペナルティ

$$P_{TC2}=\sum_{l\in L}\sum_{w\in W} d_2 H(n_{lw}^{TC2}-T_2) \tag{4}$$

但し、

L：教員の集合

W：曜日の集合

d_2：一日の授業数が超過する場合のコスト係数

n_{lw}^{TC2}：曜日 w に配置された教員 l の担当科目の数

T_2：一日の最大科目数

$H(x)$：単位ステップ関数、$H(x)=\begin{cases}0, x \le 0\\ 1, x > 0\end{cases}$

e. 制約条件 TC3 に対するペナルティ

$$P_{TC3}=\sum_{l\in L}\left(d_{31}n_{l1}^{TC3}+d_{32}n_{l2}^{TC3}\right) \tag{5}$$

但し、

L：教員の集合

d_{31}：「配置しない」と指定された時限に科目が配置された場合のコスト係数

n_{l1}^{TC3}：教員 l が指定した複数の「配置しない」時限に、担当科目が配置された場合の時限数

d_{32}：「できれば配置してほしくない」と指定された時限に科目が配置された場合のコスト係数

n_{l2}^{TC3}：教員 l が指定した複数の「できれば配置してほしくない」時限に、担当科目が配置された場合の時限数

以降、制約条件 SC1、SC2 に対するペナルティの和 P_{SC} を学生ペナルティと呼び、制約条件 TC1、TC2、TC3 に対するペナルティの和 P_{TC} を教員ペナルティと呼ぶ。

$$P_{SC}=P_{SC2}+P_{SC1} \tag{6}$$

$$P_{TC} = P_{TC1} + P_{TC2} + P_{TC3} \tag{7}$$

制約条件に対する個体の総ペナルティ P は、学生ペナルティと教員ペナルティの合計とする。

$$P = P_{SC} + P_{TC} = P_{SC1} + P_{SC2} + P_{TC1} + P_{TC2} + P_{TC3} \tag{8}$$

個体の適応度 F は、充分大きな正数 S から総ペナルティ P を引いた値として計算する。

$$F = S - P \tag{9}$$

Ⅳ. ハイブリッド GA による解法

一般的に、GA は広大な解空間に対して適応範囲の広い多点探索を行うことにより、最適解周辺には早く近づけるが、局所探索能力が弱いことから得られる準最適解が局所解でもないことが多く、局所解への収束は性質上困難であることが指摘されている。この問題を解決するために、GA のみを用いるよりも、ヒューリスティックな方法を用いた局所探索も併せて導入するハイブリッド GA が有効であることが多いとされている[8]。ハイブリッド GA では、大域的な探索を GA で行い、局所探索をヒューリスティックな方法で行う。すなわち、GA で得られた大域的な準最適解に対して、ヒューリスティックな局所探索を用いて局所解に近づき、得られた局所解の集合に対してさらに GA を適用することで、さらに大域的な準最適解を探索する、という考え方である。２つのタイプの探索を交互に行い最良解を交換することによって、より良い解が得られると期待される。

本稿では、学生の履修しやすさに関する制約条件と教員に関する制約条件のそれぞれに対応したヒューリスティックな局所探索法を以下のように導入する。

1. 学生の履修しやすさに関するヒューリスティックな局所探索（SC-HS）

学生の履修のしやすさに関連する制約条件 SC1 と SC2 に対するペナルティは、それぞれ式(1)と式(2)によって計算される。式(1)と式(2)はともに各科目属性ごとの各時限における部分ペナルティの合計を算出している。GA によって、ある大域的な準最適解が得られると、その個体の各部分ペナルティに注目して、局所探索により最も部分ペナルティが高い部分を改善すれば、個体の総ペナルティ改善に寄与すると期待できる。これを探索に導入し、以下の手順でヒューリスティックな局所探索を行う。

Step 1　科目属性の集合 A から１つの科目属性 a_j をランダムに選ぶ。

Step 2　各時限における a_j の部分ペナルティを計算し、最大部分ペナルティの時限 t_{max} と最小部分ペナルティの時限 t_{min} を求める。（t_{max}、t_{min} は複数存在する場合もある）。

Step 3　t_{max}（複数の場合はランダムに１つ選択）に配置された a_j の科目の中から、ランダムに１つの科目を選んでその時限を t_{min}（複数の場合はランダムに１つ選択）に変更することを試みる。変更後の新たな個体全体のペナルティに改善が見られるか、あるいは少なくとも改悪になっていない場合は、その変更を成功とし、局所探索を終了する。

Step 4　１つの変更が成功するまで、t_{max} に配置された全ての a_j 科目に対して Step 3 を繰り返す。

Step 5 t_{max}（あるいはt_{min}）が複数存在する場合には、1つの変更が成功するまで、t_{max}（あるいはt_{min}）の中のすべての要素に対して Step 3 と Step 4 を繰り返す。

Step 6 1つの変更が成功するまで、科目属性の集合Aの中のすべての科目属性に対して Step 1 から Step 5 までの手順を繰り返す。

Step 7 1つも変更が成功しない場合は、探索を終了する。

1つの変更が成功すると、新たな個体は局所探索により総ペナルティが改善されるか、あるいは総ペナルティが同じであるが旧個体とは異なる遺伝子を持つことになる。

2. 教員に関するヒューリスティックな局所探索（TC-HS）

教員の希望に関する制約条件 TC1、TC2 及び TC3 に対するペナルティは、それぞれ式(3)、式(4) 及び式(5)によって計算される。3つの式の合計は各教員のペナルティの合計となっているが、各教員のペナルティのことを部分ペナルティと呼び、式(3)～式(5)を各教員に分割したものをサブ部分ペナルティと呼ぶことにする。前節と同様に、GA によってある大域的な準最適解が得られると、その個体の各部分ペナルティに注目して、局所探索により最も部分ペナルティが高い部分を改善すれば、個体の総ペナルティ改善に寄与すると期待できる。以下の手順で教員の部分ペナルティに関するヒューリスティックな局所探索を行う。

Step 1 各教員に対して、それぞれの部分ペナルティを計算する。

Step 2 部分ペナルティに比例した確率でK（Kは1以上の整数）人の教員を教員集合Lからランダムに選択し、集合L_Kとする。

Step 3 L_Kからランダムに1人の教員lを選び、その TC1、TC2 及び TC3 に対するサブ部分ペナルティを計算する。

Step 4 0ではないサブ部分ペナルティの大きい順に Step 5～Step 7 を実行する。

Step 5 TC1 のサブ部分ペナルティに対して、教員lの配置科目数が最も小さい曜日を求め、その曜日に配置された科目を、すでに教員lの他科目が配置されている別の曜日の空時限へ変更することを試みる。変更後の新たな個体全体のペナルティに改善が見られるか、あるいは少なくとも改悪になっていない場合は、その変更を成功とし、局所探索を終了する。

Step 6 TC2 のサブ部分ペナルティに対して、教員lの配置科目数が最も大きい曜日を求め、その曜日に配置された科目を他曜日の空時限へ変更することを試みる。変更後の新たな個体全体のペナルティに改善が見られるか、あるいは少なくとも改悪になっていない場合は、その変更を成功とし、局所探索を終了する。

Step 7-1 TC3 のサブ部分ペナルティに対して、教員lの指定した「配置しない時限」（あるいは「できれば配置してほしくない」時限）に配置された科目を、他の指定なしの空時限へ変更することを試みる。変更後の新たな個体全体のペナルティに改善が見ら

れるか、あるいは少なくとも改悪になっていない場合は、その変更を成功とし、局所探索を終了する。

Step 7-2 さらにTC3のサブ部分ペナルティに対して、教員lの指定した「配置しない時限」(あるいは「できれば配置してほしくない」時限)に配置された科目を自分及び他の教員の科目と時限を交換することを試みる。変更後の新たな個体全体のペナルティに改善が見られるか、あるいは少なくとも改悪になっていない場合は、その変更を成功とし、局所探索を終了する。

Step 8 1つの変更が成功するまで、0ではないサブ部分ペナルティの全てに対してStep 5〜Step 7を繰り返す。

Step 9 1つの変更が成功するまで、L_Kの中のすべての要素に対してStep 3〜Step 8を繰り返す。

Step 10 1つも変更が成功しない場合は、探索を終了する。

前節と同様、1つの変更が成功すると、新たな個体は局所探索により総ペナルティが改善されるか、あるいは総ペナルティが同じであるが旧個体とは異なる遺伝子を持つことになる。

3. ヒューリスティックな局所探索を用いたハイブリッドGA

ヒューリスティックな局所探索をGAに導入してハイブリッドGAを構成する際には、当面の世代の間はGAのみを用いて多様な準最適解に近づき、その後ヒューリスティックな探索と組み合わせる方法や、GAとヒューリスティックな探索を交互に行う方法などがある。GAからヒューリスティックな探索に切り替える時期についての考察を省くため、本稿では後者を用いて、GAの世代が進む度にヒューリスティックな探索を行うこととした。また、1. 局所探索にSC-HSを用いる方法、2. 局所探索にTC-HSを用いる方法、3. 局所探索にSC-HSとTC-HSの両方を用いる方法を構成することができるので、以降は、それぞれをGA+SC、GA+TC、GA+SC+TCと呼ぶこととする。

V. 実験と考察

ここでは、乱数によって自動生成された時間割配置問題に対して、GAを用いた解法とGA+SC、GA+TC、及びGA+SC+TCの3種類のハイブリッドGAを用いた解法を適用し、それぞれの結果と各解法の特徴及び有効性を考察する。

1. 数値例の設定

時間割配置問題の基本パラメータは、以下のように設定した。

- 科目数：265科目
- 科目属性：3種類（1：必修科目、2：選択必修科目、3：選択科目）
- 教員数：53人（各教員は必修1科目、選択必修2科目、選択3科目の計5科目を担当）
- 週当りの開講日数：5日（月〜金）

・ 一日の開講時限数：5 時限

・ 週当りの総時限数：25 時限

この数値例は 25 ある時限に 264 科目を配置するため、同じ時限に複数の科目を配置することが避けられない問題設定である。必修が計 53 科目、選択必修が計 106 科目、選択が計 159 科目であるため、最も科目配置を分散させた場合でも 1 時限に必修が 2 科目以上、選択必修が 4 科目以上、選択が 6 科目以上配置する必要がある。これは各解法の有効性を確認するために行った設定である。また、教員数と科目数の設定においては、より一般性を持たせるために、総時限数 25 で割り切れないようにしている。この数値例においては、可能解の上限は 25^{256} である。学生ペナルティ P_{SC} に関するパラメータは表 1 のように定めた。制約条件 SC1 に関しては、科目属性の重要度に従って、必修科目同士、選択必修科目同士、及び選択科目同士の重複配置コスト係数はそれぞれ 100、10、1 に設定した。また、それぞれの科目属性において、同じ時限に重複配置の科目数が増えるに従ってペナルティが 1.5 の指数倍に増えるように定めた。制約条件 SC2 に関して、必修科目に配置された時限に選択必修科目（あるいは選択科目）が配置される時の重複配置コスト係数を 10（あるいは 1）にした。同様に、重複配置の科目数が増えるに従ってペナルティが 1.2 の指数倍に増えるようにした。

表 1. 学生ペナルティ P_{SC} のパラメータ設定

	コスト係数			重複度係数
SC1	c_1	c_2	c_3	α
	100	10	1	1.5

	コスト係数			重複度係数
SC2	c_{12}	c_{13}	c_{23}	β
	10	1	0	1.2

表 2. 教員ペナルティ P_{TC} のパラメータ設定

	コスト係数	最大配置曜日数
TC1	d_1	T_1
	50	4

	コスト係数	一日の最大科目数
TC2	d_2	T_2
	50	3

	コスト係数		「配置しない」時限数	「できれば配置してほしくない」時限数	指定方法
TC3	d_{31}	d_{32}			
	100	10	2	3	ランダム

教員ペナルティ P_{TC} に関するパラメータは表 2 のように定めた。制約条件 TC1 に関しては、週当たりの科目配置日を最大 4 日にし、1 日の自由日の確保を設定した。制約条件 TC2 に関しては、一日の配置科目数を最大 3 科目とした。制約条件 TC3 に関しては、各教員が「配置しない」時限を 2 つ、「できれば配置してほしくない」時限を 3 つ持つように設定し、それぞれの指定は 25 ある時限の中で重複しないようにランダムに定めた。

GA と各ハイブリッド GA の実験に関しては、世代サイズ（各世代の個体数）を 200 とし、GA の進化操作を 200 世代で打切った。これは、一度の実験においてはそれぞれ 40000 個の個体を評価することに相当する。交叉確率を 0.8、突然変異確率を 0.02、エリート数を 1 とした。また、充分大きな正数 S を 200000000 とした。

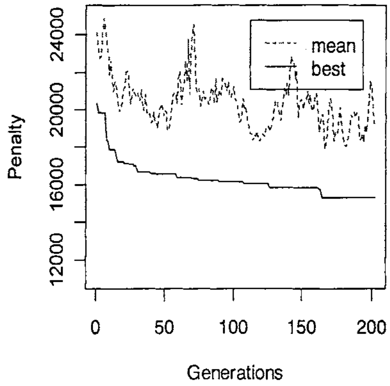
2. 実験結果と考察

図 2 に GA、GA+SC、GA+TC、及び GA+SC+TC の世代ごとのペナルティの最良値と平均値の推移を示す。エリート保存戦略を用いたため、最良値の曲線が単調減少曲線である。時間割配置問題はペナルティを最小化する問題であるので、小さいペナルティほど望ましい時間割配置である。図 3 にそれぞれの解法の各世代における最良個体のペナルティの推移を示す。

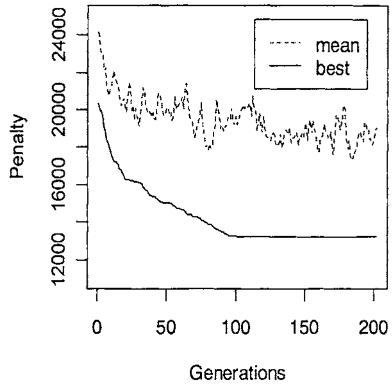
図 2 と図 3 から分かるように、GA のみを用いることよりも、ヒューリスティックな局所探索 SC-HS を導入した GA+SC と、同 TC-HS を導入した GA+TC がともにより良い結果を示しており、ハイブリッド GA の効果が認められた。さらに、両方の局所探索を併用した GA+SC+TC は最も良い結果を示し、相乗効果が確認できた。

表 3 にそれぞれの解法を用いた時の最終世代における最良個体のペナルティ値を示す。GA のみを適用するよりも、GA+SC と GA+TC を用いる場合はそれぞれ約 13%と 9%の改善が見られた。さらに、GA+SC+TC を用いる場合は約 24%の改善が見られ、これはほぼ GA+SC と GA+TC の改善分の合計に相当する。

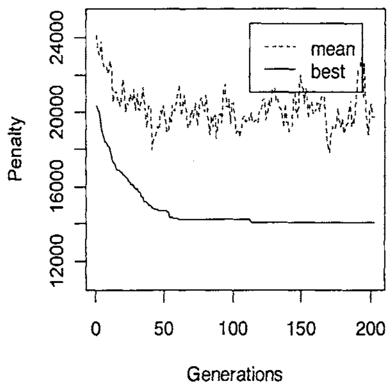
ここで、局所探索 SC-HS と TC-HS をそれぞれ単独に導入した時の改善効果と併用した時の相乗効果を示す。図 4 と図 5 は、それぞれ各世代の最良個体の学生ペナルティ P_{SC} と教員ペナルティ P_{TC} の推移を示す。最良個体のペナルティ P は P_{SC} と P_{TC} の合計で表されるので、図 4 と図 5 は、図 3 の曲線をそれぞれ P_{SC} の部分と P_{TC} の部分に分解したものに相当する。また、表 4 に各解法の最終世代における最良個体の学生ペナルティ P_{SC} と教員ペナルティ P_{TC} の数値を示す。



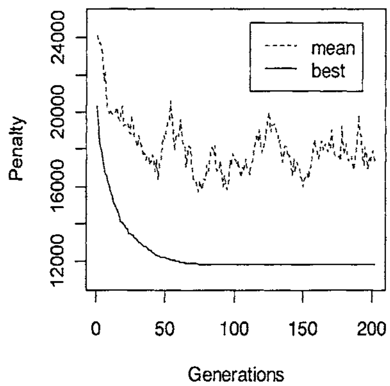
(a) GA



(b) GA+SC



(c) GA+TC



(d) GA+SC+TC

図 2. 世代ごとのペナルティ P の最良値と平均値

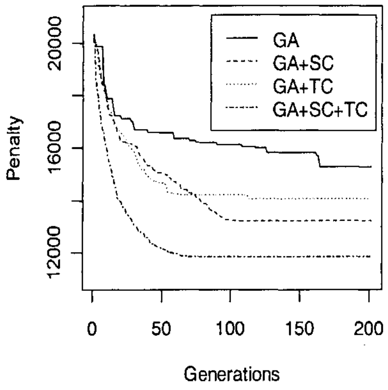


図 3. 各世代の最良個体のペナルティ P

表 3. 最終世代の最良ペナルティ

解法	最終ペナルティ	改善率
GA	15288	–
GA+SC	13240	13%
GA+TC	14073	9%
GA+SC+TC	11860	24%

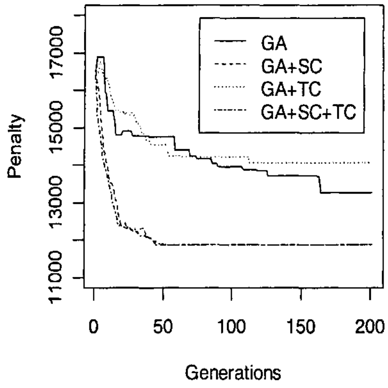


図 4. 学生ペナルティ P_{SC}

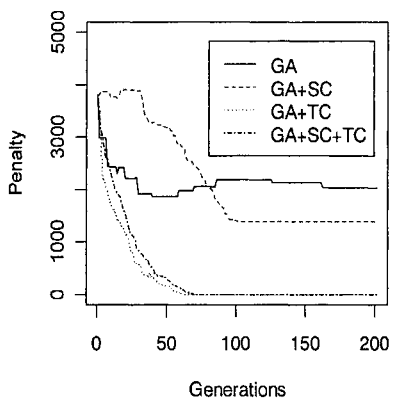


図 5. 教員ペナルティ P_{TC}

表 4. 最終世代における最良個体の学生ペナルティと教員ペナルティ

解法	学生ペナルティ	教員ペナルティ	合計
GA	13258	2030	15288
GA+SC	11860	1380	13240
GA+TC	14073	0	14073
GA+SC+TC	11860	0	11860

GAのみを用いる場合には、最良個体のペナルティ推移は図3に示すように単調減少曲線になるが、図 4 と図 5 でわかるように、その P_{SC} 部分と P_{TC} 部分の曲線は単調にならない。これは学生ペナルティ P_{SC} と教員ペナルティ P_{TC} がトレードオフの関係になっているためと考えられる。また、P_{SC} と P_{TC} がそれぞれ高いペナルティ値のままで推移する傾向があり、GA のみを用いる場合に得られる準最適解が局所解への収束が困難であることを示している。

一方、GA+SC の場合には、図 4、図 5 と表 4 からわかるように、学生ペナルティ P_{SC} が 50 世代前後から最小の水準である 11860 に収束し、教員ペナルティ P_{TC} が 100 世代前後からある一定の水準に収束する傾向を示す。学生の履修しやすさに関するヒューリスティックな局所探索 SC-HS の効果を表している。同様に、GA+TC の場合には、教員ペナルティ P_{TC} が 70 世代前後から最小の水準である 0 に収束し、学生ペナルティ P_{SC} が 120 世代前後からある一定の水準に収束する傾向を示し、TC-HS の効果を表している。

GA+SC+TC の場合には、学生ペナルティ P_{SC} が 50 世代前後から最小の水準(11860)に収束するとともに、教員ペナルティ P_{TC} が 70 世代前後から最小の水準（0）に収束する傾向を示しており、SC-HS と TC-HS 両方を導入した相乗効果を表していると考えられる。

本数値例の問題設定においては、11860 は学生ペナルティ P_{SC} が理論的に取りうる最も小さい値である。また、教員ペナルティ P_{TC} が理論的に取りうる最小値は 0 である。表 4 から分かるように、GA+SC+TC で得られた最良解はこの問題の大域的な最適解の 1 つになる。また、GA+SC で得られた最良解は学生ペナルティ P_{SC} の部分に関する最適解であり、GA+TC で得られた最良解は教員ペナルティ P_{TC} の部分に関する最適解である。これらはそれぞれの最良個体が表している時間割配置を解析することによっても確認できた。

図 6 に初期世代と各解法で得られた各最終世代の個体群の P_{SC} と P_{TC} の分布図を示す。縦軸は学生ペナルティ P_{SC} であり、横軸は教員ペナルティ P_{TC} である。個体のペナルティ P は P_{SC} と P_{TC} の合計なので、左下の方向にあるものがより望ましい個体である。

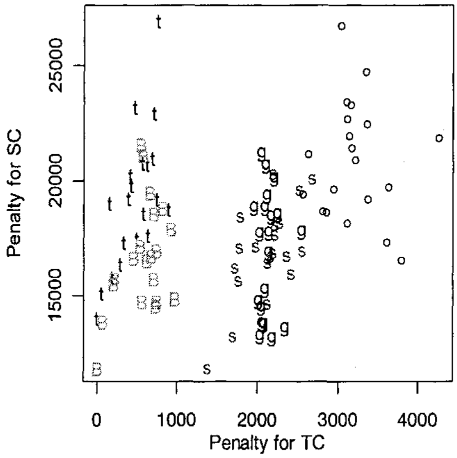


図 6. 初期世代と各解法の最終世代の個体群のペナルティ分布

(o：初期世代、g：GA、s：GA+SC、t：GA+TC、B：GA+SC+TC)

図 6 から分かるように、GA+SC は GA の個体群を下方に押し下げるように働き、GA+TC は GA の個体群を左方に移動させるように働く。GA+SC+TC は両方の働きを兼ねて、GA の個体群を左下方向に押し下げるように機能する。なお同時にそれぞれの個体群の広がりが維持されることが確認でき、これはハイブリッド GA においても個体群が解空間に分散されていることを示唆していると考えられる。結果的に、広大な解空間に個体群を分散させながら、それぞれの個体に関して準最適解を導いていくという GA の特徴を保ちつつ、方向の違うペナルティに対して単純な操作による探索を加えることで解の質を高めることができた。

Ⅵ. おわりに

本稿では、学生の履修のしやすさに関する制約条件と教員に関する制約条件を考慮した大学の時間割配置問題に対して、GA を用いた解法を提示し、ヒューリスティックな局所探索を導入した 3 種類のハイブリッド GA の解法を提案した。シミュレーション実験によって提案法の効果と特徴を考察し、特に GA+SC+TC タイプのハイブリッド GA が良好な性能を示すことを示した。GA の特徴を活かしつつ、不足している部分を補うような単純な局所探索を組み合わせることによって、準最適解を最適解に押し上げる強い作用が確認できた。

焼きなまし法を応用した方法やタブサーチを応用した方法など、他の解法との比較と、現実の問題に対する適用と検討については、今後の課題としたい。

参考文献

1) A. Schaerf: "A survey of automated timetabling", Department of Software Technology, Report CS-R9567, CWI, Amsterdam, The Netherlands. (1995)
2) A. Colorni, M. Dorigo and V.Maniezzo: "Genetic algorithms and highly constrained problems: The time-table case", Proc. Of the 1st Int. Workshop on Parallel Problem Solving from Nature. Springer-Verlag, pp. 55-59, (1990)
3) Abramson, D.: "A parallel genetic algorithm for solving the school time tabling problem", 15 Australian Computer Science Conference, Hobert, (1992)
4) 福島誠、田中信二： 学校時間割問題における遺伝的アルゴリズムの適用について 、電子情報通信学会論文誌、D-I、Vol.J81、No.6、pp.883-885、(1998)
5) 田中雅博，松尾修，山田真理： 希望を考慮した時間割作成問題における遺伝的アルゴリズムの適用方法 ，システム制御情報学会論文誌，Vol.11, No.5, pp.233-240, (1998)
6) 田中雅博, 山田真理： 希望を考慮した多目的時間割問題の解法 ，システム制御情報学会論文誌, Vol.12, No.2, pp.90-97, (1999)
7) 上田祐彰、大内大輔、高橋健一、宮原哲浩： 遺伝的アルゴリズムの時間割作成問題への適用に関する一考察 、電子情報通信学会論文誌、D-I、Vol.J86、No.9、pp.691-701、(2003)
8) 北野宏明：『遺伝的アルゴリズム①』、 産業図書、（1993）