

資本の不良化と金利期待形成

Interest Expectations When Bad Capital Stock Yields Negative Wealth Effects

森澤 龍也*

Tatsuya Morisawa

本稿は、資本の不良化を組み込んだ消費に基づく資産価格決定モデル (C-CAPM) において、代表的家計の効用に対してマイナスの効果を及ぼす不良資本の逆厚生効果が金利期待形成に与える影響を考察する。数値計算によるシミュレーションによって、不良資本の逆厚生効果や資本不良度が強くなるほど、低金利期待の効果をもつことが示される。

キーワード：低金利、期待金利、C-CAPM、不良資本、安全利子率パズル

I. はじめに

近年の経済論説において「日本化」という言葉を耳にする機会が増えている。例えば、英語では Japanization や Japanification といった時事用語があり、これらの表現は文化面や政治面などの多方面で「日本風になること」を指す意味で用いられている。経済面に関しては、1990年代以降の「失われた30年」とも形容される日本経済の長期停滞にみられるような経済状態、すなわち、「低成長」・「低物価」・「低金利」に陥ること、または、陥る可能性があることを日本化と表現するようになっている。

このうち「低金利」はある意味でもっとも世界的な現象となったきらいがある。2021年現在、日本や欧米などの先進国をはじめ世界各国において、金利水準はゼロないしマイナスといったように、従来に比べると著しく低い水準にまで低下している。まだ金利水準が比較的高い水準にある国においても、国際金融市場での金利裁定を通じて低金利圧力のもとにある。

このような世界的な低金利環境は先進国を中心として実施されている大規模な金融緩和政策が大きく関係している。この点においても先鞭をつけたのは日本であった。日本銀行は1990年代初頭の平成バブル崩壊後、経済対策の一環として当時の政策金利であった公定歩合の大幅な引き下げを余儀なくされ、その後、「低物価」すなわちデフレーションへの対策として、ゼロ金利政策(1999年2月～2000年8月)、量的緩和政策(2001年3月～2006年3月)を嚆矢とする非伝統的金融政策を世界に先駆けて実施した。当時、世界各国は日本のこのような状況を対岸の火事の如く傍観

していた。自分たちの国ではこのような事態に陥ることはないと思っていたのである。

しかし、リーマンショック（2008年9月）に代表される2007年から2008年にかけての世界金融危機に際して、その震源地となった米国では連邦準備制度理事会（FRB）が米国版量的緩和政策の第1弾であるQE1（Quantitative Easing）実施を余儀なくされた。国際的な金融危機の余波は世界の金融政策の在り方を大きく変えた。欧州では欧州中央銀行（ECB）が2015年にQEを導入した。さらに、2019年に発生した新型コロナウイルス（COVID-19）感染症によるパンデミック（pandemic; 感染症の世界的大流行）に際して、各国はこれに対峙すべく大規模な金融緩和政策を継続している。このように、世界的な低金利化の波は今後しばらくの間、引くことなく長期化することが予想される。

以上のようにみると、世界の低金利常態化は低物価・低成長を恐れた各国中央銀行による大規模金融緩和によって実現されたといえる。表面的にはそのようにみえたとして、果たして金融政策のみによってこれほどの長期間にわたり、人為的に低金利状態を生み出すことは可能であろうか、という疑問が生まれる。

このような疑問に対して、一つの視点を提供したのが、Summors（2013）であった。彼は当時の日本や米国の経済状況をSecular Stagnationと表現した。このSecular Stagnationという表現は、Hansen（1939）が大恐慌後の米国経済が長期の景気低迷に陥る可能性を訴えた際に用いたもので、邦語では「長期停滞」と翻訳されている。彼の長期停滞論が説くところによれば、その主因は人口増加率の低下と投資需要の減少による貯蓄超過にあった。Summorsがこのような長く忘れ去られた学説に焦点を当てた背景には、世界金融危機後の米国において自然利子率（中立金利）が大幅な低下傾向をみせたことにあった。彼はこのような低金利環境の根底に、人口減少・投資減退による総需要不足の慢性化があるのではないかと疑ったのである。

長期停滞論において注目すべき点は、昨今の世界的な低金利常態化の原因として、人為的政策（金融緩和）以外の要因に求める態度、すなわち、実体経済上の要因に求めようとしている姿勢にある¹⁾。本稿はこのような論点があることを踏まえ、長期的な低金利化の実体経済上の要因をより細やかな視点である経済主体の期待形成行動に求める。すなわち、一つの仮想的実験として、低金利環境の形成を経済主体の金利期待形成の観点から考察する。

その動機は以下の問題意識に基づく。世界金融危機以降、世界規模で低金利化が進んだことはこれまでみてきた通りである。この事実によって不良債権などの金融ショック要因が実体経済を通じて低金利化に何らかの影響を及ぼしたことが示唆されている。本稿ではこの問題を考察するために、このような金融ショック要因を組み込んだモデルとして、森澤（2012a）の「資本の不良化」およびそれがもたらす「逆厚生効果」を考慮した消費に基づく資産価格決定モデル（C-CAPM）を用いる。後述するように、このモデルのオイラー方程式の線形近似から期待金利の決定式が導出される。この決定式を用いて、不良債権の代理変数としての「不良資本」の変化が代表的家計

の金利期待形成過程にどのような影響を及ぼし得るのかを数値シミュレーションによって求めることができる。本稿の分析結果を簡潔にまとめると、不良資本およびその逆厚生効果によって、マイナス金利期待の形成可能性が示唆されている。

本稿の構成は次の通りである。第Ⅱ節では、資本の不良化を明示的に組み込んだ C-CAPM を定式化する。第Ⅲ節では、このモデルに基づいて、選好パラメータに関する数値計算を行い、不良資本の逆厚生効果が金利期待形成にどのような影響を及ぼすのか、について検討する。第Ⅳ節では、本稿の議論をまとめる。

Ⅱ. 不良資本の逆資産効果を組み込んだ C-CAPM

本節では、資本の不良化が生産および家計効用に対して与える影響を組み込んだモデルを提示したうえで、数値シミュレーション分析を行うためのモデルを導出する。以下のモデルで用いられる記号は、次の通りである。なお、各変数の下付き添え字 t は、時期を表す。

C_t : 総消費、 K_t : 資本ストック、 N_t : 人口 (労働)、 $c_t \equiv C_t / N_t$: 1人当たり消費、 $k_t \equiv K_t / N_t$: 1人当たり資本ストック、 $n_t \equiv N_t / N_{t-1}$: 人口成長率 (対前期比)、 $\mu_t (\in [0,1])$: 資本不良度、 $\tilde{K}_t \equiv (1 - \mu_t) K_t$: 有効資本ストック、 $\tilde{k}_t \equiv \tilde{K}_t / N_t$: 1人当たり有効資本ストック、 Ω_t : t 期において利用可能な情報集合、 δ (定数) : 資本減耗率、 $\rho (\in (0, \infty))$ (定数) : 時間選好率、 $\beta \equiv 1 / (1 + \rho)$ ($\beta \in (0, 1)$ 、定数) : 主観的割引率。

この経済において、家計は資本 (K_t) と労働 (N_t) を保有しており、所得のうちの消費 (C_t) と貯蓄の割合を決定するものとする。一方、企業は家計から調達した資本 (K_t) と労働 (N_t) を生産要素として生産活動 (Y_t) を行う。企業は当期の生産 (Y_t) にあたって、前期末 (= 当期初) に家計からレンタルしてきた資本 (K_t) を使用する。ストック変数である資本については、 t 期初 ($t-1$ 期末) の資本ストックを K_t と表記する。この K_t は $t-1$ 期末に借りられた直後に、資本減耗とは別に一定割合 $\mu_t \in [0, 1]$ で劣化していることが判明するものとしよう。ただし、一旦レンタルしないことには、どれだけ資本の不良化を起こしているか分からないものとする。

そうすると実際に生産に使用可能な資本ストックは、

$$\tilde{K}_t \equiv (1 - \mu_t) K_t \quad (1)$$

と定義される。本モデルではこの資本 \tilde{K}_t を有効資本ストックと呼ぶ。

生産活動は 1 次同次性を満たす次の生産関数で表されるとしよう。

$$Y_t = F(\tilde{K}_t, N_t) \quad (2)$$

この生産関数を 1 人当たりの表示に書き換えた関数は次式で与えられる。

$$y_t = F(\tilde{k}_t, 1) \equiv f(\tilde{k}_t) \quad (3)$$

ただし、 $f'(\tilde{k}) \equiv \frac{df}{d\tilde{k}} > 0$ 、 $f''(\tilde{k}) \equiv \frac{d^2f}{d\tilde{k}^2} < 0$ 。 \tilde{k}_t は t 期における 1 人当たり有効資本ストックであり、

$$\tilde{k}_t \equiv \frac{\tilde{K}_t}{N_t} = (1 - \mu_t)k_t \quad (4)$$

と表される。

生産物はマクロ経済的な観点から、消費、設備投資に支出される。これを1人当たり表示にて表すと、次式のようなになる。

$$f(\tilde{k}_t) = c_t + n_{t+1}k_{t+1} - (1 - \delta)\tilde{k}_t \quad (5)$$

森澤 (2012a) は、当該期の効用に対して資本不良度がマイナスの影響を与える「不良資本の逆厚生効果」を考慮した時点効用関数を次のように定式化した。

$$u(X_t) = \begin{cases} \frac{X_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} & \text{for } \gamma > 0 \text{ and } \gamma \neq 1 \\ \log X_t & \text{for } \gamma = 1 \end{cases} \quad (6)$$

$$X_t \equiv (1 - \alpha\mu_t)c_t \quad (7)$$

ただし、 γ : 相対的危険回避度 (定数)、 α : 不良資本の逆厚生効果の程度を表すパラメータ (定数)、である。

本モデルでは、資本不良度でウェイト付けした消費の負値 ($-\mu c_t$) が資本の不良化に伴う一種の逆資産効果として作用する。その作用度、すなわち、不良資本の逆厚生効果度を表すのが α である。このパラメータの機能の解釈については大きく分けて次の2点が挙げられる。

一つの解釈としては、家計が保有資産価値の減価 (資本の不良化) に直面し、経済の先行きに対する不安感を醸成させることによって、不良資本による家計効用へのマイナス効果が発生する。これが不良資本の逆厚生効果であるとみなす解釈である。

いま一つの解釈としては、不良資本による負効用項 ($-\alpha\mu c_t$) を消費の外部性 (consumption externalities) の一種と捉える。(6)式の時点効用関数における $-\alpha\mu c_t$ は、現在消費から同時点の消費決定への影響を考える Keeping up with Joneses (KUJ) タイプの消費の外部性的一种とみなすことができる²⁾。Dupor and Liu (2003) は KUJ 型の消費外部性に関して、平均消費の限界効用が負であるような消費者の選好を、他人の消費に対する「嫉妬 (ねたみ: jealousy)」と定義している³⁾。この考え方を援用して(6)式を解釈すると、保有資産価値の減価 (資本の不良化) に直面した当該家計自身は、他の無傷の (と思しき) 家計をねたむものと考えられる。すなわち、不良資本の逆厚生効果とは、このような KUJ 型的一种としての被害妄想的な感情であるとみなし得る。

いずれの解釈によっても本モデルの構造上、家計効用は資本の不良化に伴いマイナスの影響を受けることに違いはない。ただし、消費の外部性は消費者同士の相互依存関係を前提とする概念である。このような事情に加え、本分析のような長期的視野を持つ代表的家計の動学モデルによって期待形成を議論する場合においては、第1の解釈、すなわち、不良資本の逆厚生効果を資本の不良化に伴う先行きに対する不安とみなすことが素直な捉え方と考えられる。

以上の設定に基づき、家計と企業の行動を統合して、代表的家計モデルの枠組みのもとで、資産価格の決定問題を考察しよう。すなわち、予算制約のもとで、代表的家計は現在（0期）から将来にかけての消費から得られる期待効用の割引現在価値が最大になるように消費と資産を選択する、としよう。これを定式化すると、次の数学的問題になる。

$$\begin{aligned} \max_{c_t, k_{t+1}} \quad & E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{[(1-\alpha\mu_t)c_t]^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right) \middle| \Omega_0 \right\} \\ \text{subject to} \quad & f(\tilde{k}_t) = c_t + n_{t+1}k_{t+1} - (1-\delta)\tilde{k}_t \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、人口は一定（ $n_{t+1} = 1$ ）であり、家計保有資産である資本の実質収益率 r_{t+1} は有効資本の純限界生産性に等しいとしよう⁴⁾。

$$r_{t+1} = f'(\tilde{k}_{t+1}) - \delta \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (8)$$

このとき、この最適問題における一階の条件から、

$$E_t \left\{ \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} \left(\frac{1-\alpha\mu_{t+1}}{1-\alpha\mu_t} \right)^{1-\gamma} (1-\mu_{t+1})(1+r_{t+1}) - 1 \middle| \Omega_t \right\} = 0 \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (9)$$

が得られる。(9)式はオイラー方程式と呼ばれる関係であり、均衡資産収益率 r_{t+1} の決定式である。ここで、(9)式の r_{t+1} に実質安全利子率 $r_{f,t+1}$ を代入し、この式を c_{t+1} , μ_{t+1} , $r_{f,t+1}$, ρ についてテイラー展開すると、次のような期待金利の決定式を導出することができる⁵⁾。

$$\begin{aligned} E(r_{f,t+1}) \cong & \rho + \frac{\mu_t}{1-\mu_t} + \gamma \cdot E \left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t} \right) - \frac{\gamma(\gamma+1)}{2} \cdot \text{Var} \left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t} \right) \\ & - \frac{\alpha\mu_t}{1-\alpha\mu_t} \left[\gamma + \frac{\alpha(2\mu_t-1)-1}{\alpha(1-\mu_t)} \right] \cdot E \left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t} \right) \\ & - \frac{\alpha\mu_t^2}{2(1-\alpha\mu_t)} \left\{ \gamma \left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\gamma-1) - \frac{2}{1-\mu_t} \right] + \frac{2}{1-\mu_t} \right\} \cdot \text{Var} \left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t} \right) \\ & + \mu_t \gamma \left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\gamma-1) - \frac{1}{1-\mu_t} \right] \cdot \text{Cov} \left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}, \frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t} \right) \quad \text{for } t \in [0, \infty) \end{aligned} \quad (10)$$

(10)式は本モデルにおける金利期待形成メカニズムである。この式が本稿での数値シミュレーションの分析対象となる基本モデルとなる。

Ⅲ. 数値計算による金利期待形成シミュレーション

本節では、不良資本の逆厚生効果を考慮した C-CAPM について、選好パラメータの変化に応じた数値計算を行うことによって、期待金利がどのように形成されるのか、という問題を考察する。以下の数値シミュレーション分析で用いられる期待金利の決定モデルは(10)式である。第Ⅰ節で

も述べたように、世界的な低金利状態が常態化した契機となった時期として、2007年から2008年にかけての世界金融危機が挙げられる。そこで、2008年までの各変数の期待値を用いて、2010年代以降顕著となったゼロ金利・マイナス金利などにみられる低金利の進行を本モデルから予想できるのかを確かめてみたい。本分析において使用される標本統計量は表1の通りである⁶⁾。

表1. 標本統計量一覧：1981年～2008年

$E(\Delta c/c)$	0.01882
$Var(\Delta c/c)$	0.00019
$E(\mu)$	0.26667
$E(\Delta \mu/\mu)$	0.01852
$Var(\Delta \mu/\mu)$	0.08429
$Cov(\Delta c/c, \Delta \mu/\mu)$	-0.00087
$E(r_f)$	0.02056

出所：森澤（2012b, 表1）より抜粋

1. 不良資本の逆厚生効果パラメータと金利期待形成

本節では、不良資本の逆厚生効果度 (α) の変化に対する金利期待形成を数値シミュレーションによって検証する。図1は、 α の変化に対する金利形成を数値計算によって求めた結果をまとめたものである。標本統計量は表1の数値を用いた。また、選好パラメータは $\gamma = 10.802$, $\rho = 0.0101$ と設定した。なお、相対的危険回避度 $\gamma = 10.802$ は $\alpha = 1$ のときに本分析の金利形成モデル(10)式が Weil (1989) の安全利子率パズルを完全に解消し得る値として数値計算により求められたものである⁷⁾。

図1によると、 α の上昇に対して期待金利が低下していく様子が示されている。 α の上昇は資本不良度でウェイト付けした消費の負値 ($-\mu c_t$) が資本の不良化に伴う一種の逆資産効果としてより強く作用することを意味している。このような効用へのマイナス効果の度合いを表す α の上昇に伴い、家計は経済の均衡金利（中立金利）の低下を予想するのである。

ただし、図1は不良資本の逆厚生効果が完全に機能しているとき ($\alpha = 1$) に安全利子率パズルを解消する相対的危険回避度の値 ($\gamma = 10.802$) のもとで数値計算を行ったため、 α の値が小さなきときには期待金利が相当過大な値に推定されている⁸⁾。そこで、 $\alpha \in [0.8, 1]$ の範囲で、図1と同様の金利形成シミュレーションを行った（図2）。すなわち、 $\alpha = 0.8$ のときに安全利子率パズルを解消する相対的危険回避度の値 ($\gamma = 15.101$) のもとで、期待金利が実質長期金利の平均 $E(r_f) = 0.02$ からどのように推移するのかを数値計算によって求めた。

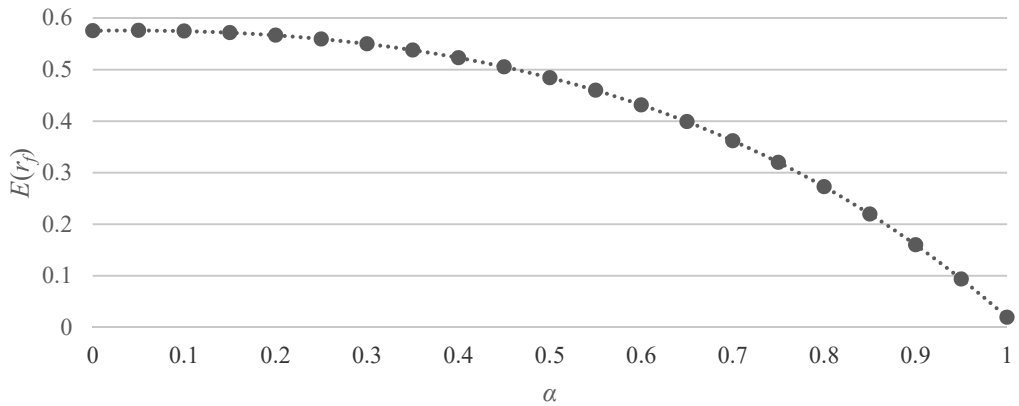


図1. 金利期待形成シミュレーション：不良資本の逆厚生効果（ α ）の変化

($\gamma = 10.802, \rho = 0.0101, \mu = 0.266$)

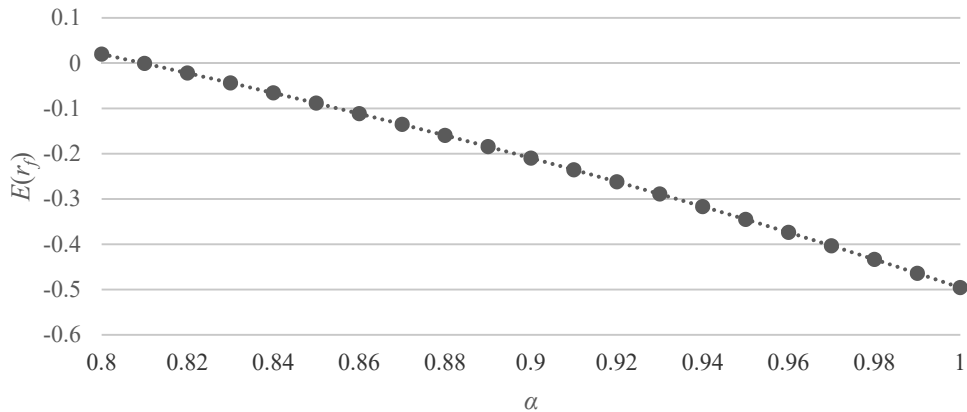


図2. 金利期待形成シミュレーション：不良資本の逆厚生効果（ α ）の変化

($\gamma = 15.101, \rho = 0.0101, \mu = 0.266$)

図2によると、実質長期金利の平均 $E(r_j) = 0.02$ を初期値としているもとで、 α が 0.8 から 0.81 へ変化したときの期待金利は -0.00071 とわずかにマイナスながらもほぼゼロ金利水準になり、さらに α が 0.82 へ変化したときの期待金利は -0.02188 とマイナス金利に移行する。これ以降 α が上昇するにつれてマイナス金利の状態が深化しつつ定着することがわかる。実質長期金利が 2% 程度というプラスの領域にある状況のもとでさえも、わずかな α の変化によってマイナス金利期待の進行が起こり得るのである。

2. 資本不良度と金利期待形成

続いて、資本不良度 (μ) の変化に対する金利期待形成を数値シミュレーションによって検証する。表 1 より、平均 $E(\mu) = 0.26667$ を初期値として、平均変化率 $E(\Delta\mu/\mu) = 0.01852$ ほどの μ の変化に対する金利形成を数値計算によって求めた (図 3)。(10)式における資本不良度 (μ) 以外の標本統計量は表 1 の数値を定数として用いた。また、選好パラメータは $\gamma = 10.802, \rho = 0.0101, \alpha = 1$ で一定とした。状況の設定としては、不良資本の逆厚生効果が完全に機能しているもの ($\alpha = 1$) とした⁹⁾。

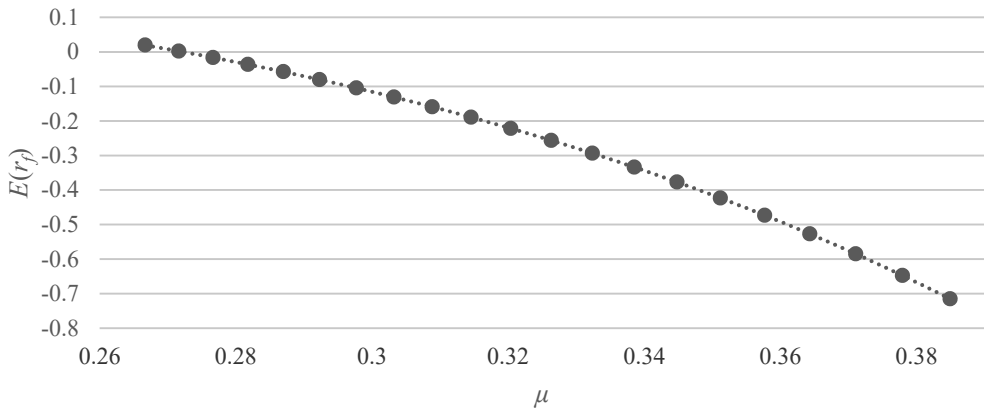


図 3. 金利期待形成シミュレーション：資本不良度 (μ) の変化

($\gamma = 10.802, \rho = 0.0101, \alpha = 1$)

図 3 によると、資本不良度 (μ) の上昇に対して期待金利が低下していく状況が示されている。実質長期金利の平均 $E(r_f) = 0.02$ を初期値としているもとで、 μ が 0.26667 から 0.27161 ($= 0.26667 \times 1.01852$) へ変化したときの期待金利は 0.002246 とほぼゼロ金利水準になり、さらに μ が 0.27664 ($= 0.27161 \times 1.01852$) へ変化したときの期待金利は -0.01631 とマイナス金利に陥ることがわかる。図 2 と同様に、2%程度のプラスの実質長期金利にあった状況のもとでも、わずかな資本不良度の変化によってマイナス金利が進行し得ることが確認できるのである。

3. 相対的危険回避度と金利期待形成

以上で資本の不良化に伴う金利の期待形成について数値シミュレーションを行った。ここまでの分析では相対的危険回避度 (γ) を一定とおいて分析を進めてきた。相対的危険回避度は経済モデルにおいて時間選好率 (主観的割引率) と合わせてよく用いられる選好パラメータである¹⁰⁾。これらの係数は経済の根底にある選好パラメータ (したがって deep parameter と呼ばれる) とし

て位置づけられることから、通常の経済モデルでは一定と置かれる。本分析でも用いられているように、相対的危険回避度一定型のパワー型効用関数は数学的な取り扱い易さと相まって、経済成長モデルなどの動学分析で頻繁に登場する。また、このタイプの効用関数のもとで、相対的危険回避度は異時点間消費の代替弾力性と逆数関係にあることがよく知られている。

本節では、仮に γ が変化するとしたら、それは金利の期待形成にどのような影響を及ぼし得るのか、ということについて取り上げる。すなわち、従来から deep parameter として扱われることが多い相対的危険回避度 (γ) の変化に対する金利期待形成についても、数値シミュレーションによって確かめておこう。

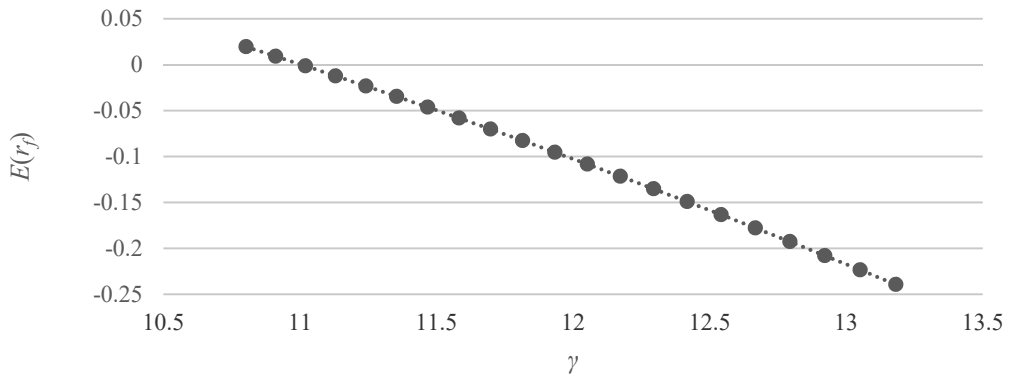


図 4. 金利期待形成シミュレーション：相対的危険回避度 (γ) の変化

$$(\rho = 0.0101, \mu = 0.266, \alpha = 1)$$

図 4 は γ の変化に対する金利形成を数値計算によって求めた結果をまとめたものである。標本統計量は表 1 の数値を用いた。また、選好パラメータは $\rho = 0.0101, \alpha = 1$ と設定した。すなわち、不良資本の逆厚生効果は完全に機能しているもの ($\alpha = 1$) とした。 γ については、安全利子率パズルを考慮して $\gamma = 10.802$ を初期値とし、1%ずつ上昇するものとした。

図 4 によると、実質長期金利の平均 $E(r_t) = 0.02$ を初期値としているもとの、 γ が 10.802 から 10.910 ($= 10.802 \times 1.01$) へ変化したときの期待金利は 0.00924 とほぼゼロ金利水準になる。さらに γ が 11.019 ($= 10.910 \times 1.01$) へ変化したときの期待金利は -0.00134 となり、11.130 ($= 11.019 \times 1.01$) へ変化したときの期待金利は -0.01217 とマイナス金利になることがわかる。図 1~3 と比べると、マイナス金利化のペースは若干緩やかではあるものの、それでもわずかな危険回避度 γ の変化によって期待金利はプラスの領域からマイナスの領域に移行し得るのである。

IV. おわりに

本稿では、不良資本の逆厚生効果を考慮した C-CAPM に基づいて、資本の不良化が金利期待形成に与える影響について数値シミュレーションを行った。なお、数値計算に際して、安全利子率パズルが解消されている状況となるように選好パラメータを設定したうえで分析を行った。本稿の分析結果をまとめると、次のように整理される。

第 1 に、不良資本の逆厚生効果度 (α) の上昇に対して、期待金利は感応的に低下することが示される。数値計算に際して、 α の初期値を 0.8、実質長期金利の初期値を平均 (2%) としたときに、 α が 1.25% 上昇 (0.8→0.81) するとゼロ金利期待が形成され、さらに 2.5% 上昇 (0.8→0.82) すると明確にマイナス金利期待 (-2%) が形成される (図 2)。一つの解釈としては、家計が保有資産価値の減価 (資本の不良化) に直面し、経済の先行きに対する不安感を醸成させる。これが不良資本による家計効用へのマイナス効果を通じて、家計による中立金利の低下予想に結びつくものと考えられる。

第 2 に、資本不良度 (μ) の上昇に対して、期待金利は即応的に低下することが示される。数値計算に際して、実質長期金利の初期値は平均 (2%) と設定し、不良資本の逆厚生効果は完全に機能している ($\alpha = 1$) ものとした。これらの設定の下で、 μ が平均変化率に相当する 1.85% 分上昇 (0.267→0.272) するとゼロ金利期待 (0.2%) が形成され、さらに 3.7% 上昇 (0.267→0.277) するとマイナス金利期待 (-1.6%) が形成される (図 3)。モデルの構造に即してみると、資本不良度の上昇は、時点効用(6)式におけるマイナス効用項 ($-a\mu c_i$) の拡大と、生産に有効な資本 [(4) 式] の稼働低下を通じた生産減退 [生産関数(3)式] などを通じて、金利の低下期待が形成されるように作用するものと予想される。このことが数値計算によっても確かめられたといえよう。

第 3 に、不良資本の逆厚生効果が完全に機能している ($\alpha = 1$) もとで、相対的危険回避度 (γ) の上昇に対して、期待金利が低下することも確かめられた。相対的危険回避度は通常、経済構造の根底を成す deep parameter とみなされることから、多くの経済モデル分析において可変的に扱われることはほとんどみられないといってよい。したがって、本分析では γ が変化する仮想的な状況を机上の実験として試みたといえる。安全利子率パズルを考慮して $\gamma = 10.802$ を初期値とし、実質長期金利の平均 (2%) を初期値としているもとで、 γ が 1% 上昇 (10.802→10.910) すると、期待金利は 0.9% となる。さらに γ が 2% 上昇 (10.802→11.019) すると期待金利は -0.1%、3% 上昇 (10.802→11.130) すると期待金利は -1.2% となる (図 4)。

以上の数値シミュレーションは、世界的な低金利化の契機として世界金融危機 (2007~2008 年) に注目したうえで、この時期までの標本統計量 (1981~2008 年) に基づいて行われたものである。本稿の分析結果を概観すると、不良資本を考慮した本モデルの金利期待形成メカニズムによって、2010 年代以降顕著となったゼロ金利・マイナス金利といった低金利の進行を予想できることが確かめられる。すなわち、金利の期待形成の観点からも長期的な低金利現象を説明し得ることが示

されたといえる。今後の課題としては、習慣形成効果などの様々な消費外部性のモデルに基づく金利期待形成メカニズムを分析することで、より精密かつ詳細にこの長期的な低金利常態化現象の発生メカニズムを考察することが挙げられよう。この残された分析課題については、稿を改めて取り組みたい。

引用文献、注

- 1) 長期停滞論を巡っては、Summars に代表される総需要側を重視する論者と、総供給側を重視する論者、長期停滞自体を否定する論者の間において論争が繰り返されている。この点については、岩田など（2016, 第5章）を参照されたい。
- 2) より厳密には、KUJ 型の消費外部性は、現在の総消費の平均が同時期（現在）の消費決定に影響を及ぼすというアイデアであり、Gali（1994）によって提唱された。
- 3) より厳密に言えば、Dupor and Liu（2003）は、社会全体の平均消費の限界効用が負であるような消費者の選好を *jealousy* と定義している。
- 4) 定常均衡のもとでは、人口成長率は一定であり、かつ、家計保有資産である資本の均衡実質収益率は資本の純限界生産性に等しくなる。例えば、Barro and Sala-i-Martin（2004, §2.2）を参照されたい。
- 5) (10)式の導出にあたって、 $r_{j,t+1}$, ρ については原点周りで1次の展開を行い、 c_{t+1} については c_t の周りで2次の展開、 μ_{t+1} については μ_t の周りで2次の展開を行っている。詳細は森澤（2012a）を参照されたい。
- 6) 表1の各データの出所・詳細は森澤（2012b）を参照されたい。
- 7) この相対的危険回避度の値 $\gamma = 10.802$ は、(10)式において時間選好率を $\rho = 0.010101$ で固定し、 γ の初期値を150とした場合の最適化計算による収束値として得られる。
- 8) ちなみに、(10)式において $\alpha = 0$ と $\rho = 0.010101$ で固定し、 γ の初期値を150として数値計算すると、実際の安全利子率の動きと整合的な相対的危険回避度は223.0808と求められる。この値は明らかに過大であり、現実的な数値とはいえない。 $\alpha = 0$ のケースは時点効用関数が当期消費のみから成る通常のパワー型関数になることを意味している。すなわち、 $\gamma = 223.0808$ という計算結果は通常のパワー型効用関数のもとでは安全利子率パズルを解消することはできないということを示唆している。
- 9) この状況設定の背景として、 $\alpha = 1$ のもとで安全利子率パズルを解消することが可能な相対的危険回避度の値 $\gamma = 10.802$ は、現実的に妥当な範囲の数値であることが挙げられる。
- 10) 相対的危険回避度に関する詳細は齊藤（2006, §3.6.1）を参照されたい。

参考文献

- 岩田一政・左三川郁子・日本経済研究センター編（2016）、『マイナス金利政策』、日本経済新聞出版社。
- 齊藤誠（2006）、『新しいマクロ経済学（新版）』、有斐閣。
- 森澤龍也（2012a）、「資本の不良化と資産価格決定モデルのパズル—安全利子率パズル、リスク・プレミアム・パズル再考—」、『流通科学大学論集 経済・情報・政策編』、第20巻第2号、pp.1-24。
- 森澤龍也（2012b）、「資本の不良化と習慣形成効果を同時に考慮したC-CAPM—差分型モデルによる考察—」、『流通科学大学論集 経済・情報・政策編』、第21巻第1号、pp.1-21。
- Barro, R. J. and X. Sala-i-Martin (2004), *Economic Growth*, 2nd ed., MIT Press. [(邦訳) 大住圭介訳 (2006) 『内生

的經濟成長論（第2版）Ⅰ・Ⅱ』、九州大学出版会。]

- Dupor, B. and W. F. Liu (2003), "Jealousy and Equilibrium Overconsumption," *American Economic Review* 93(1), pp.423-428.
- Gali, J. (1994), "Keeping Up with the Joneses: Consumption Externalities, Portfolio Choice, and Asset Prices," *Journal of Money, Credit and Banking* 26(1), pp.1-8.
- Hansen, A. H. (1939), "Economic Progress and Delining Population Growth," *American Economic Review* 29(1), pp.1-15.
- Summers, L. H. (2013), Speech at IMF Fourteenth Annual Research Conference in Honor of Stanley Fischer. (URL : <http://larrysummers.com/imf-fourteenth-annual-research-conference-in-honor-of-stanley-fischer/>)
- Weil, P. (1989), "The Equity Premium Puzzle and the Risk-Free Rate Puzzle," *Journal of Monetary Economics* 24, pp.401-421.