

資本の不良化に伴う逆資産効果と資産価格決定

— 生産側情報を利用した C-CAPM による考察 —

The Negative Wealth Effects of Bad Capital Stock in C-CAPM

森澤 龍也*

Tatsuya Morisawa

本稿は、消費に基づく資産価格決定モデル (C-CAPM) に、「資本の不良化」に伴う逆資産効果を組み込んだモデルを提示した。このモデルは不良資本の逆資産効果の影響度を識別できるという特徴をもつ。本稿のモデルによる収益率決定メカニズムより、資産価格決定モデルに関するパズルはこの逆資産効果の導入によって一定の条件下で解消される理論的可能性が示された。

キーワード：不良資本、逆資産効果、安全利子率パズル、リスク・プレミアム・パズル、C-CAPM

I. はじめに

本稿は、「資本の不良化」に伴う「逆資産効果」の影響を識別できるように組み込んだ「消費に基づく資産価格決定モデル (Consumption-based Capital Asset Pricing Model: 以下、C-CAPM と表記)」を定式化し、このモデルにおいて、資産価格決定モデルに関する安全利子率パズル [Weil (1989)] およびリスク・プレミアム・パズル [Mehra and Prescott (1985)] が解消され得るかという問題について考察する。

本稿において上記のような問題を分析する動機は、次のようなこれまでの分析経緯および結果にある。森澤 (2011a) において、C-CAPM に「不良債権・過剰債務の発生」を組み込むための工夫として、「資本の不良化」というアイデアを提示した。続いて、森澤 (2011b, 2012a) では、資本の不良化が家計の効用に負の影響を及ぼす状況を考慮することによって、資産価格決定モデルのパズルが解消される理論的可能性について考察した。そして、森澤 (2012b) において、これらのモデルについて日本のデータで計量分析を行った。この実証結果をまとめると、モデルの当てはまり具合については標準モデルよりも改善される一方で、主観的割引率や相対的危険回避度といった選好パラメータの推定結果については符号条件や有意性の点で必ずしも改善されなかった。森澤 (2012b) は、このような課題に対して、主観的割引率や相対的危険回避度とは別に、不良資本の家計効用に対する影響度を識別できるようにモデル化したうえで実証分析することを提

案している。

そこで本稿では、この問題に対するモデルの拡張の一つとして、不良資本の家計効用に対する影響を表すパラメータを識別する形で、モデルを定式化する。これまでの拙稿 [森澤 (2011b, 2012a)] では、資本不良度 (μ_t) でウェイト付けした消費 (c_t) の負値 ($-\mu_t c_t$) が家計効用に対して資本の不良化に伴う逆資産効果として作用するという想定のもとで、モデルが展開されていた。本稿では、不良資本 ($\mu_t k_t$) を効用関数に直接組み込むことによって、資本の不良化が家計の効用に負の影響を及ぼす状況を定式化する。

本稿の構成は次の通りである。第II節では、不良資本が生産関数や効用関数にどのように組み込まれるのかについて考察し、不良資本の逆資産効果を組み込んだ C-CAPM を定式化する。第III節では、本モデルにおける資産収益率の決定メカニズムを提示し、資産価格決定モデルのパズルについて考察する。第IV節では、本稿の議論をまとめる。

II. 不良資本の逆資産効果を組み込んだ C-CAPM

本節では、資本の不良化を考慮した C-CAPM を提示する。以下のモデルで用いられる記号は、次の通りである。なお、各変数の下付き添え字 t は、時期を表す。

C_t : 総消費、 K_t : 資本ストック、 N_t : 人口 (労働)、 $c_t \equiv C_t / N_t$: 1人当たり消費、 $k_t \equiv K_t / N_t$: 1人当たり資本ストック、 $n_t \equiv N_t / N_{t-1}$: 人口成長率 (対前期比)、 $\mu_t (\in [0,1])$: 資本不良度、 $\tilde{K}_t \equiv (1-\mu_t) K_t$: 有効資本ストック、 $\tilde{k}_t \equiv \tilde{K}_t / N_t$: 1人当たり有効資本ストック、 $s_t (\in \{1, 2, \dots, J\})$: 状態、 Ω_t : t 期において利用可能な情報集合、 δ (定数): 資本減耗率、 $\rho (\in (0, \infty))$: 時間選好率、 $\beta \equiv 1 / (1+\rho)$ ($\beta \in (0,1)$, 定数): 主観的割引率。

1. 資本の不良化と生産活動

この経済において、家計は資本 (K_t) と労働 (N_t) を保有しており、所得のうちの消費 (C_t) と貯蓄の割合を決定するものとする。一方、企業は家計から調達した資本と労働を生産要素として生産活動 (Y_t) を行う。

企業は当期 (t 期) の生産 (Y_t) にあたって、前期末 (= 当期初) に家計からレンタルしてきた資本 (K_t) を使用する。ストック変数である資本については、 t 期初 ($t-1$ 期末) の資本ストックを K_t と表記する。この K_t は $t-1$ 期末に借りた直後に、資本減耗とは別に一定割合 $\mu_t (\in [0,1])$ で稼働不良を起こしていることが判明するものとしよう。ただし、一旦レンタルしないことには、どれだけ資本の不良化を起こしているか分からないものとする。換言すれば、家計の保有資産である K_t は、企業がそれを借りて生産を開始するときに $\mu_t K_t$ だけ資本価値が下がった不良資本である、ということが判明するのである。

そうすると実際に生産に使用可能な資本ストックは、

$$\tilde{K}_t \equiv (1 - \mu_t) K_t \quad (1)$$

と定義される。この \tilde{K}_t を生産に投入可能な資本という意味で有効資本ストックと呼ぶ¹⁾。

以上のような不良資本が発生するもとの、生産活動は1次同次性を満たす次の生産関数で表されるとしよう。

$$Y_t = F(\tilde{K}_t, N_t) \quad (2)$$

$$\text{ただし、 } F'_K \equiv \frac{\partial F}{\partial \tilde{K}} > 0, F''_{\tilde{K}\tilde{K}} \equiv \frac{\partial^2 F}{\partial \tilde{K}^2} < 0, F'_N \equiv \frac{\partial F}{\partial N} > 0, F''_{NN} \equiv \frac{\partial^2 F}{\partial N^2} < 0.$$

この生産関数を1人当たりの表示に書き換えた関数は次式で与えられる。

$$y_t = F(\tilde{k}_t, 1) \equiv f(\tilde{k}_t) \quad (3)$$

$$\text{ただし、 } f'_k \equiv \frac{df}{d\tilde{k}} > 0, f''_{kk} \equiv \frac{d^2 f}{d\tilde{k}^2} < 0. \quad y_t \text{ は } t \text{ 期における1人当たり生産水準 } (y_t \equiv Y_t / N_t) \text{ である。 } \tilde{k}_t$$

は t 期における1人当たり有効資本ストックであり、

$$\tilde{k}_t \equiv \frac{\tilde{K}_t}{N_t} = (1 - \mu_t) k_t \quad (4)$$

と表される。 k_t は t 期における1人当たり資本ストック ($k_t \equiv K_t / N_t$) である。

いま、将来の各状態および状態確率の構造を次のように考える。この経済モデルにおいて、初期は0期とする。将来の各 t 期 ($t \in [1, \infty)$) において J 個の状態 ($s_t \in \{1, 2, \dots, J\}$) が起こりうるとうしよう。 t 期の各状態 s_t は、 t 期初において、生産開始に当たり K_t が投入され、 μ_t が判明することによっていずれの状態が実現したか観察できると仮定する²⁾。

続いて、将来状態の生起確率を利用可能な情報集合に基づく条件付き確率によって定義しよう。 h 期 ($h \in [0, \infty)$) において利用可能な情報集合 Ω_h の条件のもとで、状態 $s_t \in \{1, 2, \dots, J\}$ が実現する確率を $\pi_h(s_t)$ と定義する。

$$\pi_h(s_t) \equiv \pi(s_t | \Omega_h) \geq 0, \text{ for } s_t \in [1, J] \text{ and } h \in [0, \infty). \quad (5)$$

ただし、 $\sum_{s_t=1}^J \pi_h(s_t) = 1$ である。すなわち、 $\pi_h(s_t)$ の総和は1に等しい。

マクロ経済的な観点から、生産物は消費、設備投資に支出される。

$$F(\tilde{K}_t, N_t) = C_t + K_{t+1} - (1 - \delta)\tilde{K}_t \quad (6)$$

ただし、 C_t : t 期における総消費、 δ : 資本減耗率 (定数)、である。

支出項目の合計式 (6) 式を1人当たり表示に変換すると、

$$f(\tilde{k}_t) = c_t + n_{t+1} k_{t+1} - (1 - \delta)\tilde{k}_t \quad (7)$$

となる。ただし、 c_t は t 期における1人当たり消費 ($c_t \equiv C_t / N_t$)、 n_{t+1} は $t+1$ 期の人口成長率 (対前期比: $n_{t+1} \equiv N_{t+1} / N_t$)、である。なお、労働 (=人口) N_t は各状態 s_t に依存しないものとする。すなわち、

$$N_t(s_t) = N_t \quad \forall s_t \in \{1, 2, \dots, J\} \quad (8)$$

と仮定する³⁾。

2. 不良資本の逆資産効果を考慮した時点効用関数

本節では、資本の不良化が代表的家計の効用に与える影響について考察する。このためには、時点効用関数に不良資本という資産変数が導入されることを意味する⁴⁾。通常、「今期の消費財は来期まで保存できない」という「交換経済の仮定」⁵⁾のもとで、 t 期における時点効用関数は

$$u_t = u(c_t), \text{ where } \frac{du_t}{dc_t} > 0, \frac{d^2u_t}{(dc_t)^2} < 0.$$

というように、 t 期における非耐久財消費支出の増加凹関数として定式化される。すなわち、標準的なモデル上の取り扱いとして、消費支出のみが効用を生み出すものとされる。

これに対して、本稿では、当該期の効用に対して、当該期の消費のみならず、不良資本も直接影響を与えうる、と考える。すなわち、次の時点効用関数

$$u_t = u(c_t, \mu_t k_t), \text{ where } \frac{\partial u_t}{\partial c_t} > 0, \frac{\partial^2 u_t}{(\partial c_t)^2} < 0, \frac{\partial^3 u_t}{(\partial c_t)^3} > 0, \frac{\partial u_t}{\partial \mu_t k_t} < 0. \quad (9)$$

に基づいて、不良資本が資産価格決定に与える影響を考察する。このアイデアの背景は次のようなものである。

本稿のモデルにおいて、資本の保有主体は家計であり、企業は家計から資本をレンタルして生産活動を行う。いわば資本は家計にとって保有資産である。ただし、前節で議論したように、家計は自らの保有資産である資本の不良度 (μ_t) について、それを保有している段階で知ることはできない。一旦、資本は家計の手を離れて、企業に貸し出され、生産活動に使われる。このときに初めて、その資本不良度が判明する。こうして、当該期における不良資本 ($\mu_t k_t$) 発生 の程度が明らかになる。

不良資本の発生は、家計が保有する資産の価値が減価していたことを意味する。家計がこの情報を知って消費するとしたら、どのようなことが起こり得るであろうか。この場合、資産価値が減価することに伴うマイナスの心理効果が働くのでないかというのが本稿の問題提起である⁶⁾。

(9) 式の時点効用関数では、この不良資本発生に伴うマイナスの心理効果を、「消費の外部性」⁷⁾の一種として直接、効用関数の中に導入している。本稿では、このマイナス効果を「不良資本の逆資産効果」と呼ぶ⁸⁾。

本稿では、(9) 式の時点効用関数を、Abel (1990) で提案された関数型に基づいて、次のように特定化する⁹⁾。

$$u(c_t, \mu_t k_t) = \frac{1}{1-\gamma} \left[\frac{c_t}{(\mu_t k_t)^\kappa} \right]^{1-\gamma}, \text{ for } \gamma > 0, \gamma \neq 1, \text{ and } \kappa > 0. \quad (10)$$

ただし、 γ ：消費の相対的危険回避度（定数）、 κ ：不良資本の外部効果度（定数）、である。

(10) 式の Abel 型効用関数は (9) 式の符号条件を満たしている。特に、(10) 式の時点効用関数について、不良資本に関する一階導関数を求めると、

$$\frac{\partial u(c_t, \mu, k_t)}{\partial \mu_t k_t} = -\kappa \frac{c_t^{1-\gamma}}{(\mu_t k_t)^{\kappa(1-\gamma)+1}} < 0$$

となり、(10) 式のもとで不良資本の逆資産効果が成立していることが確かめられる。

3. 代表的家計の最適化問題

本節では、北村・藤木（1997）の「生産側情報を利用した C-CAPM」に基づき、資本の不良化が資産価格決定に与える影響を分析する。代表的家計は予算制約のもとで、現在（0 期）から将来にかけての消費から得られる期待効用の割引現在価値が最大になるように消費支出と資産保有を選択する、としよう。これを定式化すると、次の数学的問題になる¹⁰⁾。

$$\max_{c_t, k_{t+1}} \frac{1}{1-\gamma} \left[\frac{c_0}{(\mu_0 k_0)^\kappa} \right]^{1-\gamma} + \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{s_t=1}^J \beta^t \cdot \left\{ \frac{1}{1-\gamma} \left[\frac{c_t(s_t)}{(\mu_t(s_t) \cdot k_t(s_t))^\kappa} \right]^{1-\gamma} \right\} \cdot \pi_0(s_t)$$

$$\text{subject to } f(\tilde{k}_t(s_t)) = c_t(s_t) + n_{t+1} \cdot k_{t+1}(s_{t+1}) - (1-\delta) \cdot \tilde{k}_t(s_t) \quad (7)$$

$$\tilde{k}_t(s_t) = (1 - \mu_t(s_t)) \cdot k_t(s_t) \quad (8)$$

ただし、 $\rho \in (0, \infty)$ 、定数）：時間選好率、 $\beta \equiv 1 / (1+\rho)$ ($\beta \in (0, 1)$ 、定数）：主観的割引率、である。

この問題を解くためのラグランジュ関数は次のように設定される。

$$L = \frac{1}{1-\gamma} \left[\frac{c_0}{(\mu_0 k_0)^\kappa} \right]^{1-\gamma} + \lambda_0 (f(\tilde{k}_0) - c_0 - n_1 \cdot k_1 + (1-\delta) \cdot \tilde{k}_0) \\ + \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{s_t=1}^J \beta^t \left[\frac{1}{1-\gamma} \left[\frac{c_t(s_t)}{(\mu_t(s_t) \cdot k_t(s_t))^\kappa} \right]^{1-\gamma} + \lambda_t (f(\tilde{k}_t(s_t)) - c_t(s_t) - n_{t+1} \cdot k_{t+1}(s_{t+1}) + (1-\delta) \cdot \tilde{k}_t(s_t)) \right] \pi_0(s_t)$$

ただし、 $\{\lambda_t\}_{t=0}^{\infty}$ はラグランジュ乗数の系列である。

このとき、最大化のための一階の条件は以下ようになる。

$$c_t(s_t): (c_t(s_t))^\gamma \cdot (\mu_t(s_t) \cdot k_t(s_t))^{\kappa(\gamma-1)} - \lambda_t = 0 \quad \text{for } t \in [0, \infty) \text{ and } s_t \in \{1, 2, \dots, J\} \quad (11)$$

$$k_{t+1}(s_{t+1}): \lambda_t \cdot n_{t+1} \cdot \pi_t(s_t) \\ - \beta \cdot \left\{ \lambda_{t+1} \cdot (1 - \mu_{t+1}(s_{t+1})) (1 + f'_{\tilde{k}, t+1}(s_{t+1}) - \delta) - \frac{\kappa}{k_{t+1}(s_{t+1})} \left[\frac{c_{t+1}(s_{t+1})}{(\mu_{t+1}(s_{t+1}) \cdot k_{t+1}(s_{t+1}))^\kappa} \right]^{1-\gamma} \right\} \\ \times \pi_t(s_{t+1}) = 0 \quad \text{for } t \in [0, \infty) \text{ and } s_t, s_{t+1} \in \{1, 2, \dots, J\} \quad (12)$$

ただし、 $f'_{\tilde{k}, t+1}(s_{t+1}) \equiv \frac{df(\tilde{k}_{t+1}(s_{t+1}))}{d\tilde{k}_{t+1}(s_{t+1})}$.

(12) 式に (11) 式を代入して整理すると、次の関係が得られる。

$$\beta \left(\frac{c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)} \right)^{-\gamma} \left(\frac{\mu_{t+1}(s_{t+1}) \cdot k_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t) \cdot k_t(s_t)} \right)^{\kappa(\gamma-1)} \left[(1 - \mu_{t+1}(s_{t+1})) \left(1 + f'_{\bar{k}, t+1}(s_{t+1}) - \delta \right) - \kappa \left(\frac{c_{t+1}(s_{t+1})}{k_{t+1}(s_{t+1})} \right) \right] \quad (13)$$

$$\times \pi_t(s_{t+1}) - n_{t+1} \cdot \pi_t(s_t) = 0 \quad \text{for } t \in [0, \infty) \text{ and } s_t, s_{t+1} \in \{1, 2, \dots, J\}$$

(13) 式の期待値をとると、

$$\beta \sum_{s_{t+1}=1}^J \left(\frac{c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)} \right)^{-\gamma} \left(\frac{\mu_{t+1}(s_{t+1}) \cdot k_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t) \cdot k_t(s_t)} \right)^{\kappa(\gamma-1)} \left[(1 - \mu_{t+1}(s_{t+1})) \left(1 + f'_{\bar{k}, t+1}(s_{t+1}) - \delta \right) - \kappa \left(\frac{c_{t+1}(s_{t+1})}{k_{t+1}(s_{t+1})} \right) \right] \quad (14)$$

$$\times \pi_t(s_{t+1}) - n_{t+1} = 0 \quad \text{for } t \in [0, \infty)$$

が成立する。(14) 式はオイラー方程式と呼ばれる関係であり、均衡資産収益率の決定式である。

ここで、確率変数 x_t に関する条件付き期待値オペレータを

$$E_t \{ x_t | \Omega_t \} \equiv \sum_{s_{t+j}=1}^J x_t(s_{t+j}) \cdot \pi_h(s_{t+j}) \quad \text{for } t \in [1, \infty), j \in [0, \infty), \text{ and } h \in [0, \infty) \quad (15)$$

と定義すると、オイラー方程式 (14) 式は

$$E_t \left\{ \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} \left(\frac{\mu_{t+1} k_{t+1}}{\mu_t k_t} \right)^{\kappa(\gamma-1)} \left[(1 - \mu_{t+1}) \left(1 + f'_{\bar{k}, t+1} - \delta \right) - \kappa \left(\frac{c_{t+1}}{k_{t+1}} \right) \right] - n_{t+1} \middle| \Omega_t \right\} = 0 \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (16)$$

と表すことができる。

ここで、人口は一定 ($n_{t+1} = 1$) であり、家計保有資産である資本の実質資産収益率 r_{t+1} は有効資本の純限界生産性に等しい、としよう¹¹⁾。

$$r_{t+1} = f'_{\bar{k}, t+1} - \delta \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (17)$$

以上の関係を考慮すると、オイラー方程式 (14) 式は、

$$\beta \sum_{s_{t+1}=1}^J \left(\frac{c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)} \right)^{-\gamma} \left(\frac{\mu_{t+1}(s_{t+1}) \cdot k_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t) \cdot k_t(s_t)} \right)^{\kappa(\gamma-1)} \left[(1 - \mu_{t+1}(s_{t+1})) \left(1 + r_{t+1}(s_{t+1}) \right) - \kappa \left(\frac{c_{t+1}(s_{t+1})}{k_{t+1}(s_{t+1})} \right) \right] \quad (18)$$

$$\times \pi_t(s_{t+1}) - 1 = 0 \quad \text{for } t \in [0, \infty)$$

と表され、期待値オペレータ表現のオイラー方程式 (16) 式は、

$$E_t \left\{ \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} \left(\frac{\mu_{t+1} k_{t+1}}{\mu_t k_t} \right)^{\kappa(\gamma-1)} \left[(1 - \mu_{t+1}) \left(1 + r_{t+1} \right) - \kappa \left(\frac{c_{t+1}}{k_{t+1}} \right) \right] - 1 \middle| \Omega_t \right\} = 0 \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (19)$$

と表される。

Ⅲ. 資産収益率の決定メカニズムと資産価格決定モデルのパズル

本節では、資本の不良化を考慮したモデルについて、期待実質資産収益率の決定メカニズムを導出する。続いて、この関係から資産価格決定モデルにおいてよく知られている安全利率パズル、および、リスク・プレミアム・パズルを本稿のモデルが解消し得る理論的条件について考察

する。

1. 実質資産収益率の決定メカニズム

オイラー方程式 (18) 式についてテイラー展開を行うことによって、実質資産収益率の決定式を導出しよう。まず、そのための準備として、次のような関係を定義する。

$$\begin{aligned} & v(g_{c,t+1}(s_{t+1}), g_{\mu k,t+1}(s_{t+1}), \eta_{t+1}(s_{t+1}), \phi_{t+1}(s_{t+1}), r_{t+1}(s_{t+1}), \rho) \\ & \equiv \frac{1}{1+\rho} (1+g_{c,t+1}(s_{t+1}))^{-\gamma} (1+g_{\mu k,t+1}(s_{t+1}))^{\kappa(\gamma-1)} [\eta_{t+1}(s_{t+1}) \cdot (1+r_{t+1}(s_{t+1})) - \kappa \cdot \phi_{t+1}(s_{t+1})] \cdot \pi_t(s_{t+1}) \end{aligned} \quad (20)$$

for $t \in [0, \infty)$ and $s_t \in \{1, 2, \dots, J\}$

ただし、 $g_{c,t+1} \equiv c_{t+1}/c_t - 1 : c_{t+1}$ の成長率、 $g_{\mu k,t+1} \equiv (\mu_{t+1}k_{t+1})/(\mu_t k_t) - 1 : \mu_{t+1}k_{t+1}$ の成長率、 $\eta_{t+1} \equiv 1 - \mu_{t+1}$: 資本有効度、 $\phi_{t+1} \equiv c_{t+1}/k_{t+1}$: 消費資本比率、である。

ちなみに、(20) 式について期待値をとった式は、オイラー方程式 (18) 式と同値になる。すなわち、(18) 式と (20) 式より、

$$\sum_{s_{t+1}=1}^J v(g_{c,t+1}(s_{t+1}), g_{\mu k,t+1}(s_{t+1}), \eta_{t+1}(s_{t+1}), \phi_{t+1}(s_{t+1}), r_{t+1}(s_{t+1}), \rho) = 1 \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (21)$$

という関係が成り立つ。

(20) 式を $g_{c,t+1}, g_{\mu k,t+1}, \eta_{t+1}, \phi_{t+1}, r_{t+1}, \rho$ についてテイラー展開し¹²⁾、 r_{t+1} の期待値で整理する。そして、この整理した式について、条件付き期待値オペレータ (15) 式と、下記の条件付き分散オペレータ

$$\begin{aligned} \text{Var}_h \{x_t | \Omega_h\} & \equiv \sum_{s_{t+j}=1}^J (x_t(s_{t+j}) - E_h \{x_t | \Omega_h\}) \pi_h(s_{t+j}) \\ & \text{for } t \in [1, \infty), j \in [0, \infty), \text{ and } h \in [0, \infty) \end{aligned} \quad (22)$$

および、条件付き共分散オペレータ

$$\begin{aligned} \text{Cov}_h \{x_t, y_t | \Omega_h\} & \equiv \sum_{s_{t+j}=1}^J (x_t(s_{t+j}) - E_h \{x_t | \Omega_h\}) (y_t(s_{t+j}) - E_h \{y_t | \Omega_h\}) \pi_h(s_{t+j}) \\ & \text{for } t \in [1, \infty), j \in [0, \infty), \text{ and } h \in [0, \infty) \end{aligned} \quad (23)$$

を用いて表すと、次のような近似式を得ることができる¹³⁾。

$$\begin{aligned} E_t(r_{t+1} | \Omega_t) & \equiv (1 - \kappa\phi)\rho + E_t(\mu_{t+1} | \Omega_t) + \kappa \cdot E_t(\phi_{t+1} | \Omega_t) \\ & + \gamma(1 - \kappa\phi) \cdot E_t(g_{c,t+1} | \Omega_t) - \frac{1}{2} \gamma(\gamma + 1)(1 - \kappa\phi) \cdot \text{Var}_t(g_{c,t+1} | \Omega_t) \\ & - \kappa(\gamma - 1)(1 - \kappa\phi) \cdot E_t(g_{\mu k,t+1} | \Omega_t) - \frac{1}{2} \kappa(\gamma - 1)[\kappa(\gamma - 1) - 1](1 - \kappa\phi) \cdot \text{Var}_t(g_{\mu k,t+1} | \Omega_t) \\ & + \kappa\gamma(\gamma - 1)(1 - \kappa\phi) \cdot \text{Cov}_t(g_{c,t+1}, g_{\mu k,t+1} | \Omega_t) \quad \text{for } t \in [0, \infty) \end{aligned} \quad (24)$$

ただし、(24) 式の導出に当たって、 ϕ_{t+1} については、定常均衡で ϕ (定数) となることを仮定し

ている。

(24) 式は各期成立していることから、長期間を通じて平均すると次のような関係が成り立つ。

$$\begin{aligned}
 E(r_{t+1}) &\equiv (1-\kappa\phi)\rho + E(\mu_{t+1}) + \kappa \cdot E(\phi_{t+1}) \\
 &+ \gamma(1-\kappa\phi) \cdot E(g_{c,t+1}) - \frac{1}{2}\gamma(\gamma+1)(1-\kappa\phi) \cdot \text{Var}(g_{c,t+1}) \\
 &- \kappa(\gamma-1)(1-\kappa\phi) \cdot E(g_{jk,t+1}) - \frac{1}{2}\kappa(\gamma-1)[\kappa(\gamma-1)-1](1-\kappa\phi) \cdot \text{Var}(g_{jk,t+1}) \\
 &+ \kappa\gamma(\gamma-1)(1-\kappa\phi) \cdot \text{Cov}(g_{c,t+1}, g_{jk,t+1}) \quad \text{for } t \in [0, \infty)
 \end{aligned} \tag{25}$$

この(25)式の関係は長期にわたる実質資産収益率の決定メカニズムを表している。(25)式では、条件付き期待値ではなく、非条件付き期待値で定義されていることに注意されたい。(25)式は、安全資産収益率の決定式を導出する際に用いられる。

(25)式より、定常均衡における期待実質資産収益率は、消費成長率の平均および分散、不良資本変化率の平均および分散、消費成長率と不良資本変化率の共分散、資本不良度、消費資本比率、並びに、消費者の選好パラメータ（時間選好率、相対的危険回避度、不良資本の逆資産効果度）といった要因によって説明されることがわかる。

なお、資産収益率が消費成長率や資本不良度変化率と各々相関する場合、(24)式および(25)式と同様の導出方法¹⁴⁾を用いると、長期的には下記の関係が成立する。

$$\begin{aligned}
 E(r_{t+1}) &\equiv (1-\kappa\phi)\rho + E(\mu_{t+1}) + \kappa \cdot E(\phi_{t+1}) \\
 &+ \gamma(1-\kappa\phi) \cdot E(g_{c,t+1}) - \frac{1}{2}\gamma(\gamma+1)(1-\kappa\phi) \cdot \text{Var}(g_{c,t+1}) \\
 &- \kappa(\gamma-1)(1-\kappa\phi) \cdot E(g_{jk,t+1}) - \frac{1}{2}\kappa(\gamma-1)[\kappa(\gamma-1)-1](1-\kappa\phi) \cdot \text{Var}(g_{jk,t+1}) \\
 &+ \kappa\gamma(\gamma-1)(1-\kappa\phi) \cdot \text{Cov}(g_{c,t+1}, g_{jk,t+1}) \\
 &+ \gamma \cdot \text{Cov}(r_{t+1}, g_{c,t+1}) - \kappa(\gamma-1) \cdot \text{Cov}(r_{t+1}, g_{jk,t+1}) \quad \text{for } t \in [0, \infty)
 \end{aligned} \tag{26}$$

この(26)式はリスク・プレミアムの決定式を導出する際に用いられる。

2. 安全利子率パズル

本節では、前節で導出した実質資産収益率の決定式に基づき、安全利子率、すなわち、安全資産の収益率についてその決定メカニズムをみていこう。安全資産の実質収益率 $r_{f,t+1}$ について、オイラー方程式(19)式を次のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned}
 (1+r_{f,t+1}) \cdot E_t \left\{ \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} \left(\frac{\mu_{t+1} k_{t+1}}{\mu_t k_t} \right)^{\kappa(\gamma-1)} (1-\mu_{t+1}) \Omega_t \right\} \\
 - E_t \left\{ \beta \kappa \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} \left(\frac{\mu_{t+1} k_{t+1}}{\mu_t k_t} \right)^{\kappa(\gamma-1)} \left(\frac{c_{t+1}}{k_{t+1}} \right) \Omega_t \right\} = 1 \quad \text{for } t \in [0, \infty)
 \end{aligned} \tag{27}$$

(25) 式より、安全資産収益率に関するオイラー方程式 (27) 式について、

$$\begin{aligned}
 E(r_{f,t+1}) &\equiv (1-\kappa\phi)\rho + E(\mu_{t+1}) + \kappa \cdot E(\phi_{t+1}) \\
 &\quad + \gamma(1-\kappa\phi) \cdot E(g_{c,t+1}) - \frac{1}{2}\gamma(\gamma+1)(1-\kappa\phi) \cdot \text{Var}(g_{c,t+1}) \\
 &\quad - \kappa(\gamma-1)(1-\kappa\phi) \cdot E(g_{jk,t+1}) - \frac{1}{2}\kappa(\gamma-1)[\kappa(\gamma-1)-1](1-\kappa\phi) \cdot \text{Var}(g_{jk,t+1}) \\
 &\quad + \kappa\gamma(\gamma-1)(1-\kappa\phi) \cdot \text{Cov}(g_{c,t+1}, g_{jk,t+1}) \quad \text{for } t \in [0, \infty)
 \end{aligned} \tag{28}$$

という関係が成り立つ。この関係は長期にわたる実質安全利率の決定メカニズムを表している。

(28) 式では、条件付き期待値ではなく、非条件付き期待値で定義されていることに注意されたい。

(28) 式について、資本の不良化および不良資本の逆資産効果を考慮しなければ ($\mu_t = 0, \kappa = 0$)、次式が成り立つ。

$$E(r_{f,t+1}) \equiv \rho + \gamma \cdot E(g_{c,t+1}) - \frac{\gamma(\gamma+1)}{2} \cdot \text{Var}(g_{c,t+1}) \quad \text{for } t \in [0, \infty) \tag{29}$$

この (29) 式は、通常の標準的なモデルにおける実質安全利率の決定式である。(29) 式については、米国をはじめとする高度資本主義先進国において現実に観察される非常に低い平均実質利率を説明することができないという問題が指摘されている。要するに、標準的な資産価格決定モデルでは、長期にわたる平均実質利率の動きを説明できないことになる。これが Weil(1989) 等によって指摘された安全利率パズル (risk-free rate puzzle) である。

一方、(28) 式では、通常モデルにおける期待実質利率 (29) 式に

$$\begin{aligned}
 &E(\mu_{t+1}) + \kappa \cdot E(\phi_{t+1}) - \kappa\phi \left\{ \rho + \gamma \cdot E(g_{c,t+1}) - \frac{1}{2}\gamma(\gamma+1) \cdot \text{Var}(g_{c,t+1}) \right\} \\
 &- \kappa(\gamma-1)(1-\kappa\phi) \left\{ E(g_{jk,t+1}) + \frac{1}{2}[\kappa(\gamma-1)-1] \cdot \text{Var}(g_{jk,t+1}) - \gamma \cdot \text{Cov}(g_{c,t+1}, g_{jk,t+1}) \right\}
 \end{aligned} \tag{30}$$

が加わっている。

いま、不良資本が一定期間増加し、消費変動と不良資本変動の間に負の相関があるとしよう。すなわち、

$$E(g_{jk,t+1}) > 0, \text{Cov}(g_{c,t+1}, g_{jk,t+1}) < 0. \tag{31}$$

が成り立つ状況を考える。

また、 γ, κ, ϕ について次の符号条件を仮定する¹⁵⁾。

$$\gamma > 1, 0 < \kappa < \frac{1}{\phi}, \kappa(\gamma-1) > 1. \tag{32}$$

(31) 式と (32) 式の状況のもとで、

$$\begin{aligned}
& E(\mu_{t+1}) + \kappa \cdot E(\phi_{t+1}) + \frac{1}{2} \gamma \kappa \phi (\gamma + 1) \cdot \text{Var}(g_{c,t+1}) \\
& < \kappa \phi \{ \rho + \gamma \cdot E(g_{c,t+1}) \} \\
& \quad + \kappa (\gamma - 1) (1 - \kappa \phi) \left\{ E(g_{jk,t+1}) + \frac{1}{2} [\kappa (\gamma - 1) - 1] \cdot \text{Var}(g_{jk,t+1}) - \gamma \cdot \text{Cov}(g_{c,t+1}, g_{jk,t+1}) \right\}
\end{aligned} \tag{33}$$

が成立するならば、(28) 式から予測される平均実質利子率は、(29) 式のそれと比較して、幾ばくか低く抑えられた値になる。つまり、(28) 式のもとでは、資産価格決定モデルのパズルである選好パラメータの非現実的な値について、ある程度は緩和される可能性を見出し得るのである。

3. リスク・プレミアム・パズル

次に、リスク・プレミアムの決定メカニズムについてみていこう。リスク・プレミアムの決定式を導出するために、危険資産を代表させる意味で株式市場全体の平均収益率、いわゆる、マーケット・ポートフォリオ収益率の決定式を導出しよう。マーケット・ポートフォリオの実質収益率 $r_{m,t+1}$ について、オイラー方程式 (19) 式を次のように書き直すことができる。

$$E_t \left\{ \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} \left(\frac{\mu_{t+1} k_{t+1}}{\mu_t k_t} \right)^{\kappa(\gamma-1)} \left[(1 - \mu_{t+1})(1 + r_{m,t+1}) - \kappa \left(\frac{c_{t+1}}{k_{t+1}} \right) \right] \Omega_t \right\} = 1 \quad \text{for } t \in [0, \infty) \tag{34}$$

マーケット・ポートフォリオ収益率はマクロ経済変数と広く相互に影響し合うと考えられるため、消費成長率や資本不良度変化率と各々相関するとしよう。このとき、(26) 式より、マーケット・ポートフォリオ収益率に関するオイラー方程式 (34) 式について、

$$\begin{aligned}
E(r_{m,t+1}) & \cong (1 - \kappa \phi) \rho + E(\mu_{t+1}) + \kappa \cdot E(\phi_{t+1}) \\
& \quad + \gamma (1 - \kappa \phi) \cdot E(g_{c,t+1}) - \frac{1}{2} \gamma (\gamma + 1) (1 - \kappa \phi) \cdot \text{Var}(g_{c,t+1}) \\
& \quad - \kappa (\gamma - 1) (1 - \kappa \phi) \cdot E(g_{jk,t+1}) - \frac{1}{2} \kappa (\gamma - 1) [\kappa (\gamma - 1) - 1] (1 - \kappa \phi) \cdot \text{Var}(g_{jk,t+1}) \\
& \quad + \kappa \gamma (\gamma - 1) (1 - \kappa \phi) \cdot \text{Cov}(g_{c,t+1}, g_{jk,t+1}) \\
& \quad + \gamma \cdot \text{Cov}(r_{m,t+1}, g_{c,t+1}) - \kappa (\gamma - 1) \cdot \text{Cov}(r_{m,t+1}, g_{jk,t+1}) \quad \text{for } t \in [0, \infty)
\end{aligned} \tag{35}$$

という関係が成り立つ。この関係は長期にわたるマーケット・ポートフォリオ収益率の決定メカニズムを表している。

リスク・プレミアムとは、危険資産の安全資産に対する期待超過収益率である。ここでのリスク・プレミアムは、マーケット・ポートフォリオ収益率と安全利子率の差として定式化される。よって、マーケット・ポートフォリオ収益率の決定式 (35) 式の各辺から、安全利子率の決定式 (28) 式の各辺を引くと、

$$E(r_{m,t+1}) - E(r_{f,t+1}) \cong \gamma \cdot \text{Cov}(r_{m,t+1}, g_{c,t+1}) - \kappa (\gamma - 1) \cdot \text{Cov}(r_{m,t+1}, g_{jk,t+1}) \quad \text{for } t \in [0, \infty) \tag{36}$$

が得られる。この関係はリスク・プレミアムの決定メカニズムを表している。

(36) 式について、資本の不良化および不良資本の逆資産効果を考慮しなければ ($\mu_t = 0, \kappa = 0$)、次式が成り立つ。

$$E(r_{m,t+1}) - E(r_{f,t+1}) \cong \gamma \cdot \text{Cov}(r_{m,t+1}, g_{c,t+1}) \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (37)$$

この (37) 式は、通常の標準的なモデルにおけるリスク・プレミアムの決定式である。(37) 式については、米国をはじめとする高度資本主義先進国において現実に観察される非常に高いリスク・プレミアムを説明することができないという問題が指摘されている。要するに、標準的な資産価格決定モデルのもとでは、長期のリスク・プレミアムの動向を説明することが困難である。これが Mehra and Prescott (1985) によって指摘された資産価格決定モデルに関するパズルである。このパズルは、リスク・プレミアム・パズル、ないし、エクイティ・プレミアム・パズル (equity premium puzzle) と呼ばれている¹⁶⁾。

一方、不良資本の逆資産効果を考慮した (36) 式では、標準モデルにおけるリスク・プレミアム (37) 式に次の項が加わっている。

$$-\kappa(\gamma-1) \cdot \text{Cov}(r_{m,t+1}, g_{jk,t+1}) \quad (38)$$

ここで、不良資本が一定期間増加し、マーケット・ポートフォリオ収益率と不良資本成長率の間に負の相関があるとしよう。このとき、マーケット・ポートフォリオ収益率と不良資本成長率の共分散は負となる。

$$\text{Cov}(r_{m,t+1}, g_{jk,t+1}) < 0 \quad (39)$$

(32) 式と (39) 式のもとで、(38) 式全体の符号は正となる。

$$-\kappa(\gamma-1) \cdot \text{Cov}(r_{m,t+1}, g_{jk,t+1}) > 0 \quad (40)$$

(40) 式が成立する状況のもとで、(36) 式から予測されるリスク・プレミアムは、(37) 式のそれと比較して、幾ばくか高い値になる。つまり、(36) 式のもとでは、リスク・プレミアム・パズルについて、ある程度は緩和される可能性を見出し得るのである。

IV. おわりに

本稿では、不良資本を効用関数に直接導入することによって、資本の不良化が家計の効用に負の影響を及ぼす状況を定式化した。このモデルの特徴は、不良資本の家計効用に対する影響を表すパラメータが、主観的割引率や相対的危険回避度とは別個に識別できる形で表されているところにある。

資本の不良化を組み込んだ C-CAPM に関するこれまでの分析結果をまとめると、次のように整理される。不良資本の発生自体は、生産関数に対する効果 (生産関数の独立変数) に留まる限り、安全利子率パズルやリスク・プレミアム・パズルといった資産価格決定モデルのパズルを解消するうえで何らの貢献もなさない。ただし、不良資本が効用に与えるマイナスの効果をモデルに組み込むと、(1) 不良資本が一定期間、継続的に発生し、(2) 選好パラメータ (相対的危険回避度、

不良資本の外部効果度)の値が十分大きく、(3) 不良資本変動が消費変動や危険資産収益率と逆相関する場合、安全利子率パズルやリスク・プレミアム・パズルが解消される理論的可能性を示すことができる。

次なる課題は、本稿のモデルを現実のデータによって実証することである。その際には、不良資本を現実のデータに即してどのように推計するか、また、不良資本についてどのような代理変数が候補となり得るか、といったことが問題となろう。この点については、稿を改めて取り組むことにしたい。

引用文献、注

- 1) 本稿のように有効資本を定義している先行研究に脇田 (2007) がある。ただし、脇田 (2007) は μ_t を単に「過剰融資、あるいは不良債権比率」ととらえているのに対して、本稿では生産側情報に基づく C-CAPM に不良債権・過剰債務を組み込むという意図のもとで、本節で展開しているような「資本の不良化」というアイデアを提示している。
- 2) t 期における状態 s_t ごとの確率変数 x_t は

$$x_t \equiv x_t(s_t)$$
 を意味し、本来は $x_t(s_t)$ と表記すべきである。ただし本稿では、特に状態 s_t を明記する必要がない限りは、その定式化の表現が煩雑になるのを防ぐために、 x_t と表記する。
- 3) ここでは特に、確率変数 N_t が状態 s_t に依存しないことを明記する必要があるため、(8) 式左辺の確率変数を $N_t(s_t)$ と表記する。
- 4) 時点効用関数に資産変数を直接導入するに当たって、そもそも資産変数は効用に直接影響するのか否かという根源的な問題がある。この点については、D. Hume, A. Smith, D. Ricardo, J. S. Mill, K. H. Marx, J. M. Keynes といった錚々たる経済学者が貨幣や富の直接的効用を指摘していたことを Steedman (1981) が紹介している。縦しんば効用関数に資産を直接導入することを認めたとしても、次のような論点があることを忘れてはならない。小野 (1992) は資産残高が無限大のもとで資産の限界効用が正であり続けるような経済では新古典派的な完全雇用定常均衡が存在しないことを示した。一方で、資産残高が無限大のもとで資産の限界効用はゼロになるという仮定に対する「新古典派の理論的マクロ経済学者の信念には、凄いもの」[小野 (1992, p.35n)] があるのも事実であり、この論点について経済学者間でコンセンサスは得られていないのである。ただし、本稿では後述するように、不良化した資産の効用に対するマイナス効果を導入するということが主眼であり、「消費の外部性」としてこのマイナス効果を定式化する。
- 5) 交換経済の仮定については、齊藤 (2006)、第 3 章、§ 3.2.3、p.108 を参照されたい。
- 6) 実際、資産価格変動が実体経済に与える経路として、消費に対する (逆) 資産効果が指摘されている。例えば、平成バブル期の日本における (逆) 資産効果の実証研究については、武藤・河合・佐野 (1993) や小川・北坂 (1998) を参照されたい。
- 7) 本稿では、消費の外部性 [齊藤誠 (2007, p.53)] を z_t とし、 $u(c_t, z_t)$ のように外部効果項を効用関数に導入している。

- 8) Kurz (1968) は、資産効果 (wealth effects) を「効用関数が消費に加えて一人当たり資本ストックに対しても感応的 (in addition to the consumption stream the utility function is also sensitive to the per capita capital stock of the society)」という意味で定義し、消費に加えて一人当たり資本ストックを時点効用関数の独立変数として導入している。本稿では、時点効用関数が一人当たり不良資本に対してマイナスに感応的であるため、不良資本の逆資産効果と呼んでいる。
- 9) Abel (1990) は、 $u(c_t/z_t)$ のように、消費の外部性 z_t を消費に対する「比率」として導入した関数型を用いている。なお、Abel (1990) では $z_t = (c_{t-1})^\kappa$ という形で消費の習慣性を定式化している。
- 10) 第II.2節までは、表記の煩雑化を避けるために、状態 s_t ごとの確率変数 x を $x_t(s_t)$ と表記せず、簡略化した x_t で表記していた。本節では、期待効用の最適化問題を分析するため、特に状態 s_t を明記した $x_t(s_t)$ で確率変数 x を表記する。
- 11) 定常均衡のもとでは、人口成長率は一定であり、かつ、家計保有資産である資本の均衡実質収益率は資本の純限界生産性に等しくなる。Barro and Sala-i-Martin (2004, § 2.2) を参照されたい。
- 12) (24) 式の導出にあたって、 $r_{t+1}(s_{t+1})$ 、 ρ については原点周りで1次の展開、 $\eta_{t+1}(s_{t+1})$ については1の周りで1次の展開、 $\phi_{t+1}(s_{t+1})$ については ϕ (定数) の周りで1次の展開、 $g_{c,t+1}(s_{t+1})$ 、 $g_{\mu,t+1}(s_{t+1})$ については原点周りで2次の展開を行っている。なお、この導出にあたって、齊藤 (2006, 第3章) や Romer (2006, § 7.5) における導出過程を参考にしている。
- 13) (24) 式の導出にあたっては、次の関係を仮定している。① $[E_t(g_x|\Omega_t)]^2 \equiv 0$ と仮定して、 $E_t(g_x^2|\Omega_t)$ を $Var_t(g_x|\Omega_t)$ に置き換えている。② $E_t(g_x|\Omega_t) \cdot E_t(g_y|\Omega_t) \equiv 0$ と仮定し、 $E_t(g_x \cdot g_y|\Omega_t)$ を $Cov_t(g_x, g_y|\Omega_t)$ に置き換えている。同様の導出方法を用いている文献として、齊藤 (2006, p.124n) を参照されたい。
- 14) この場合、 $r_{t+1}(s_{t+1})$ については原点周りで2次のテイラー展開を行っている。また、 $E_t(r|\Omega_t) \cdot E_t(g_x|\Omega_t) \equiv 0$ と仮定し、 $E_t(r \cdot g_x|\Omega_t)$ を $Cov_t(r, g_x|\Omega_t)$ に置き換えている。同様の導出方法を用いている文献として、齊藤 (2006, p.143n) を参照されたい。
- 15) (32) 式の符号条件 $\kappa(\gamma-1) > 1$ は、書き換えると $\gamma > \kappa^{-1} + 1$ となり、相対的危険回避度が不良資本の外部効果度の逆数に1を加えたものよりも大きくなることを意味する。
- 16) または、このパズルの提唱者の名を採って、マラー=プレスコット・パズルとも呼ばれる。安全利子率パズル、および、リスク・プレミアム・パズルに関する詳細は、Campbell (2003) や、齊藤 (2006)、第3章、§ 3.5.8 および § 3.5.9 を参照されたい。

参考文献

- 小川一夫・北坂真一 (1998)、『資産市場と景気変動』、日本経済新聞社。
- 小野善康 (1992)、『貨幣経済の動学理論』、東京大学出版会。
- 北村行伸・藤木裕 (1997)、「サプライ・サイド情報を利用した消費に基づく資本資産価格モデルの推計」、『金融研究』(日本銀行金融研究所)、第16巻第4号、pp.137-154。
- 齊藤誠 (2006)、『新しいマクロ経済学 (新版)』、有斐閣。
- 齊藤誠 (2007)、『資産価格とマクロ経済』、日本経済新聞出版社。
- 武藤博道・河合啓希・佐野美智子 (1993)、「消費と逆資産効果」、『日本経済研究』(日本経済研究センター) 第26号、pp.57-86。

- 森澤龍也 (2011a)、「資本の不良化と資産価格付け—生産側情報を利用した C-CAPM による考察—」、『流通科学大学論集 経済・経営情報編』、第 19 巻第 2 号、pp.1-12。
- 森澤龍也 (2011b)、「不良資本の逆厚生効果と資産価格付け—生産側情報を利用した C-CAPM による考察—」、『流通科学大学論集 経済・情報・政策編』、第 20 巻第 1 号、pp.1-15。
- 森澤龍也 (2012a)、「資本の不良化と資産価格決定モデルのパズル—安全利子率パズル、リスク・プレミアム・パズル再考—」、『流通科学大学論集 経済・情報・政策編』、第 20 巻第 2 号、pp.1-24。
- 森澤龍也 (2012b)、「資本の不良化を考慮した C-CAPM の推計」、『経済学論究』(関西学院大学)、第 66 巻第 1 号、pp.69-88。
- 脇田成 (2007)、「不良債権処理のマクロ的インパクト 失われた 10 年第三の仮説」、景気日付研究会沼津コンファレンス発表論文。
- Abel, A. B. (1990) , “Asset Prices under Habit Formation and Catching up with the Joneses,” *American Economic Review* 80, pp.38-42.
- Barro, R. J. and X. Sala-i-Martin (2004) , *Economic Growth*, 2nd ed., MIT Press. [(邦訳) 大住圭介訳 (2006) 『内生的経済成長論 (第 2 版) I・II』、九州大学出版会。]
- Campbell, J. Y. (2003) , “Consumption-Based Asset Pricing,” in G. M. Constantinides, M. Harris and R. M. Stultz eds., *Handbook of the Economics of Finance*, vol. 1B, Chapter 13, Elsevier B. V., pp.803-887. [(邦訳) 木村俊夫訳 (2006)、「消費型資産価格理論」、加藤英明監訳『金融経済学ハンドブック 2 金融市場と資産価格』第 13 章、丸善、pp.861-944。]
- Kurz, M. (1968) , “Optimal Economic Growth and Wealth Effects,” *International Economic Review* 9, pp.348-357.
- Mehra, R. and E. C. Prescott (1985) , “The Equity Premium: A Puzzle,” *Journal of Monetary Economics* 15, pp.145-161.
- Romer, D. (2006) , *Advanced Macroeconomics*, 3rd ed., McGraw-Hill. [(邦訳) 堀雅博・岩成博夫・南條隆訳 (2010)、『上級マクロ経済学 (第 3 版)』、日本評論社。]
- Steedman, I. (1981) , “Time Preference, the Rate of Interest and Abstinence from Accumulation,” *Australian Economic Papers* 20, pp.219-233.
- Weil, P. (1989) , “The Equity Premium Puzzle and the Risk-Free Rate Puzzle,” *Journal of Monetary Economics* 24, pp.401-421.