

Rating Scale モデル測定項目群 Outfit χ^2 平均平方統計量の 本質性に関する一考察

Investigation of the 3-Category Items' Outfit Mean-Squares Distribution on the Rating Scale Model Threshold Values

平越裕之*, 井澤廣行†

Hiroyuki Hirakoshi, Hiroyuki Izawa

This paper investigates the relationship between the theoretically-expected value of the Outfit Mean-Squares' standard deviations and the mean value of the Partial Credit model (PCM) first threshold standard deviations concerning the three-category data obtained from Rating Scale model-fitted simulated samples. An extremely highly-consistent level of the relationship is observed, the reason being unknown and the number of the samples being somewhat limited. This indicates that the Outfit Mean-Squares of the Rating Scale model (RSM) are the indices of the variation of the PCM threshold values restricted from the RSM-estimated threshold values, not being strictly the indices of one-dimensionality attainment.

Key words: Rating Scale model; Outfit Mean-Squares; Thresholds; Partial Credit model; One-dimensionality.

I. はじめに

平越・井澤¹⁾(2010)により、Linacre²⁾(2000)への参照の上で、二値項目分析モデル(Rasch³⁾, 1960) 適合度指標値として FACETS⁴⁾により出力される項目群 Outfit χ^2 平均平方統計量(以降、Outfit MnSq)は、その本質性としてモデル次元性乖離度指標ではなく、項目特性(期待得点)曲線におけるモデル弁別力規定としての同一値からの乖離度指標であると確認された。Outfit MnSq のその本質性は、Andrich⁵⁾(1978)案出による多値 Rasch モデルとしての Rating Scale モデル(以降、RSM)においても根本的に同様である、との査察一端を本稿に与える。なお、モデル識者による RSM に関するその論理・言明は筆者所持関連文献において見出されない。本稿の目的は、RSM 適用 FACETS⁴⁾出力 Outfit MnSq のモデル規定項目特性曲線形状同一性からの乖離度指標、並びに、モデル適合度指標としてのその限界性を意識化することにある。

*流通科学大学総合政策学部、〒651-2188 神戸市西区学園西町 3-1

†流通科学大学サービス産業学部、〒651-2188 神戸市西区学園西町 3-1

(2011年9月6日受理)

II. Outfit χ^2 平均平方統計量 (Outfit MnSq) の分散

m 値 Rasch モデルにおいて、受験者 i による項目 j への反応におけるカテゴリ k の生起確率を P_{ijk} 、期待得点を E_{ij} 、素点得点を u_{ij} とすれば、標準化残差 z_{ij} は、

$$z_{ij} = \frac{u_{ij} - E_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=0}^m (k - E_{ij})^2 P_{ijk}}} \quad (1)$$

である。又、項目 j の Outfit MnSq (以降、OMSJ) を OJ_j と書くと、

$$OJ_j = \frac{\sum_{i=1}^M z_{ij}^2}{M} \quad (2)$$

であり、同様に、受験者 i の Outfit MnSq (以降、OMSI) を OI_i と書けば、

$$OI_i = \frac{\sum_{j=1}^N z_{ij}^2}{N} \quad (3)$$

である。なお、 M と N は、それぞれ受験者数と項目数であり、数式(1)、(2)、(3)は Wright and Masters⁶⁾ (1982, pp. 98-99)への参照に基づく。

以下に、全項目 ($j=1,2,3,\dots,N$) における OMSJ (OJ_j) の分散の平均、並びに、全受験者 ($i=1,2,3,\dots,M$) における OMSI (OI_i) の分散の平均を求める。まず、各項目の OJ_j の分散、各受験者の OI_i の分散は、

$$V[OJ_j] = V\left[\frac{\sum_{i=1}^M z_{ij}^2}{M}\right] = \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^M V[z_{ij}^2] \quad (4)$$

$$V[OI_i] = V\left[\frac{\sum_{j=1}^N z_{ij}^2}{N}\right] = \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N V[z_{ij}^2] \quad (5)$$

である。従って、全項目におけるその平均、及び全受験者におけるその平均は、それぞれ、

$$\text{Mean}[V[OJ_j]] = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N V[OJ_j] = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^M V[z_{ij}^2] = \frac{1}{M^2 N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N V[z_{ij}^2] \quad (6)$$

$$\text{Mean}[V[OI_i]] = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M V[OI_i] = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N V[z_{ij}^2] = \frac{1}{MN^2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N V[z_{ij}^2] \quad (7)$$

である。つまり、全項目における OMSJ の分散の平均は、全項目・全受験者の全ての反応における z_{ij}^2 の分散の総和を (受験者数)²(項目数) で除したものとなり、全受験者における OMSI の分散の平均は、全項目・全受験者の全ての反応における z_{ij}^2 の分散の総和を (受験者数)(項目数)² で除したものとなる。

ここで、2 段階 3 カテゴリの RSM を考える。この場合、項目群の同一カテゴリ閾値は τ_1 及び τ_2 ($=-\tau_1$) の 2 つである。(能力 β - 困難度 δ) を横軸に、 τ_1 値の変化に準ずる z_{ij}^2 の分散値を縦軸に配置する。 z_{ij}^2 の分散値を重ねて、項目数 N を 100、受験者数 M を 500、受験者能力を正規分布 $N(0,1)$ 、項目困難度を $-1.71 \sim 1.71$ の一様分布として、500 名による 100 項目への 50,000 反応における(能力 β - 困難度 δ) 分布の確率密度を示したものが図 2.1 である。

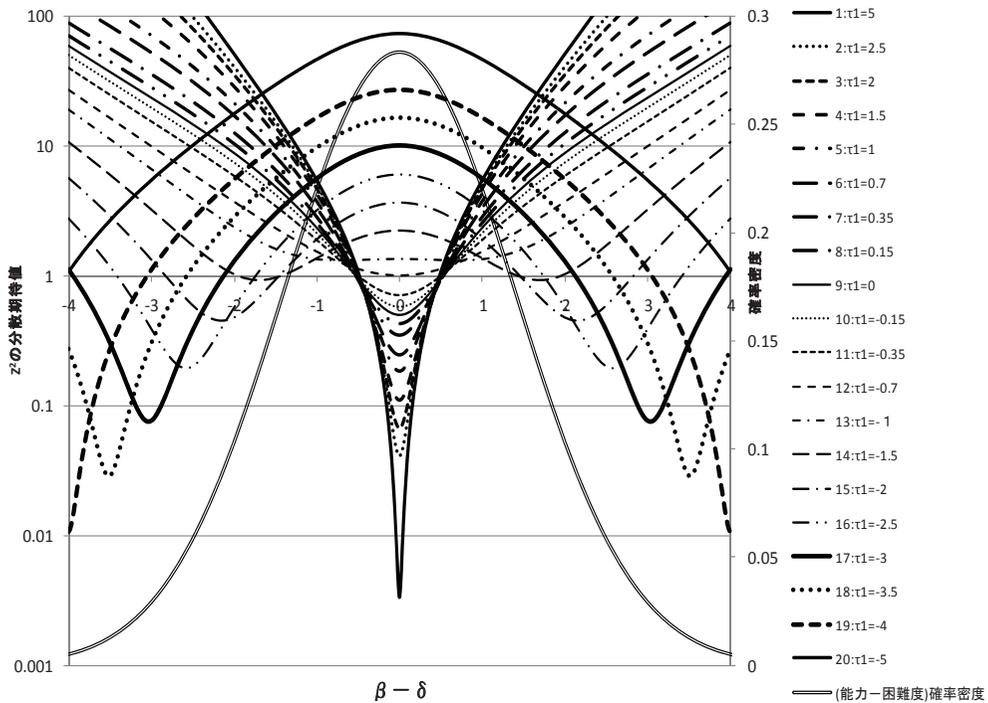


図 2.1 Z^2 の分散の期待値と 500 人 100 問の(能力 β - 困難度 δ) 分布の確率密度

これらの値から、更に、全項目における OMSJ の分散の平均及び全受験者における OMSI の分散の平均を求め、それぞれの平方根を取って標準偏差としたものを図 2.2 に示す。これにより、OMSJ と OMSI の分散、並びに、その平方根である標準偏差は、(能力 β - 困難度 δ) と閾値 τ によって大きく変動すると理解される。

3 カテゴリ項目の情報関数値を図 2.3⁷⁾に示す。情報関数値は、図 2.1 の z_{ij}^2 の分散値とほぼ上下逆の形、つまり、概ねどちらか一方が減少すれば、片方は増加するという関係になっている。情報関数値はその項目の閾値母数推定における精度を表す故に、 z_{ij}^2 の分散値が大きい部分において、閾値推定精度が比較的悪い。以上により、3 カテゴリ項目においては OMSI と OMSJ それぞれの分散平均、及び、カテゴリ閾値推定精度の関連性は高いと考えられる。

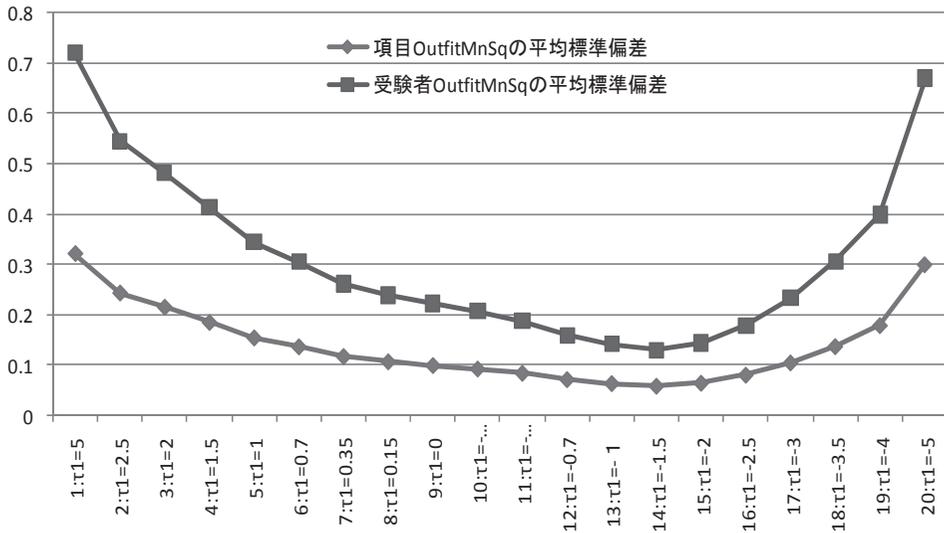


図 2.2 全項目 OMSJ 平均標準偏差と全受験者 OMSI 平均標準偏差

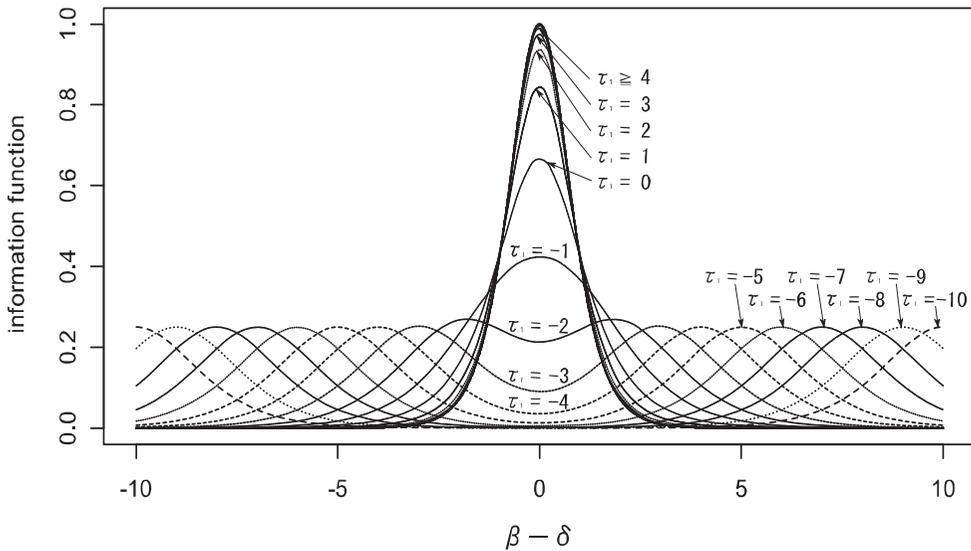


図 2.3 3カテゴリ項目(満点2)の項目情報関数 τ

Ⅲ. RSM 適合データ 3 カテゴリ標本参照値査察

図 2.2 での 3 カテゴリ RSM 潜在閾値に関する「項目 Outfit MnSq の平均標準偏差」の傾向曲線に相似する 3 つの曲線図を与える。Ⅱ節での論述により、以下に与える 3 カテゴリ RSM 適合標本環境

における各図が「項目 Outfit MnSq の平均標準偏差」と相似となることは明らかである。

図 3.1～図 3.3 の作成意図は以下の通りである。RSM とは異なり、多値 Rasch モデルとしての Masters⁹⁾(1982)考案による Partial Credit モデル(以降、PCM)は、項目群同一弁別力を想定しておらず、項目特性曲線形状の異同を特徴とする。従って、項目特性曲線形状の異同程度が、PCM 適用 FACETS⁴⁾出力の上で各項目に付される閾値推定値異同程度に相応すると考えられる。図 3.4⁹⁾が、その潜在閾値異同による項目特性曲線形状の異同程度を例示するものである。

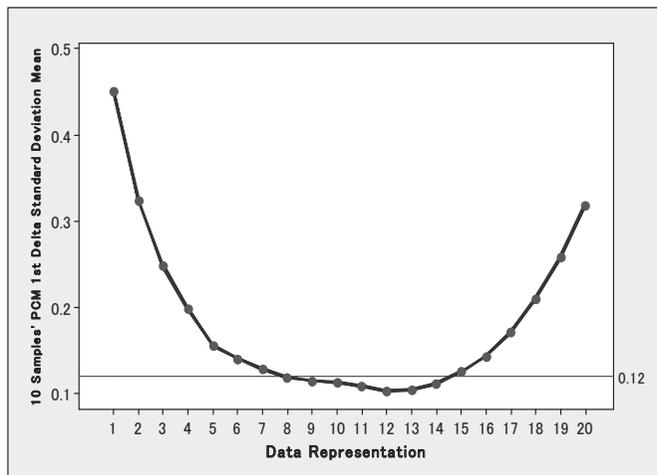


図 3.1 A) 10 標本 Partial Credit モデル出力 100 項目第 1 閾値分布標準偏差の平均値

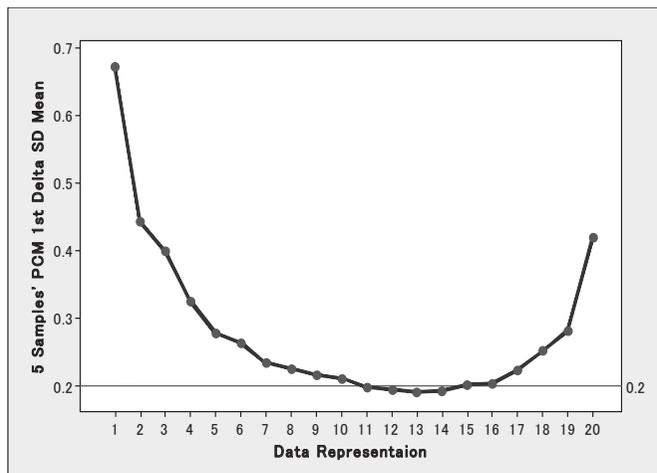


図 3.2 B) 5 標本 Partial Credit モデル出力 100 項目第 1 閾値分布標準偏差の平均値

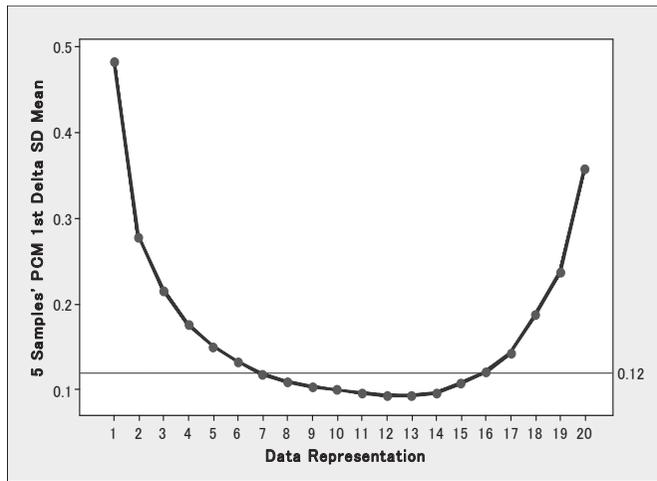


図 3.3 C) 5 標本 Partial Credit モデル出力 100 項目第 1 閾値分布標準偏差の平均値

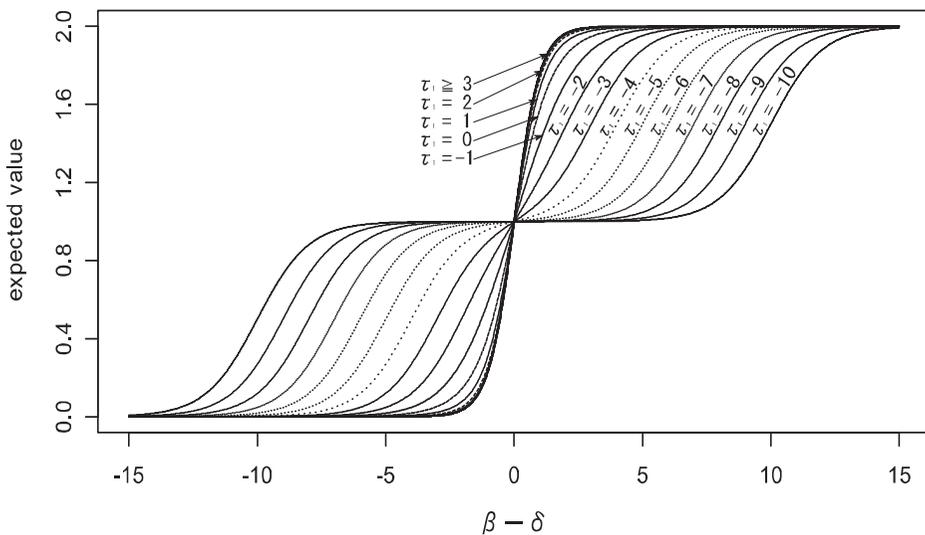


図 3.4 3 カテゴリ項目(満点 2)の期待得点の上での項目特性曲線形状異同⁹⁾

PCM 適用における FACETS⁴⁾出力上での閾値推定値異同程度による項目特性曲線形状の異同程度を例示推察するものが上掲図 3.1～図 3.3 である。その作成要領を以下に与える。なお、II 節提示図 2.2 における「全項目と全受験者の Outfit MnSq の平均標準偏差」は、下の A)100 項目位置母数、500 名受験者位置母数、潜在第 1 閾値の各設定値に基づく理論値出力結果である。

- 項目群標本を次の 3 種類とする。

- A) 100 項目位置母数設定値範囲： $-1.71 \sim +1.71$
 (等間隔： 0.0345454； 設定値分布標準偏差： 1.00221)
- B) 100 項目位置母数設定値範囲： $-3.42 \sim +3.42$
 (等間隔： 0.0690908； 設定値分布標準偏差： 2.00443)
- C) 100 項目位置母数設定値範囲： $-0.855 \sim +0.855$
 (等間隔： 0.0172727； 設定値分布標準偏差： 0.501107)

- 受験者群標本を 500 名、その位置母数設定値は標準正規分布 $N(0,1)$ に従うものとする。
- 3 カテゴリ (012) データの RSM 潜在閾値母数の 20 種設定値をそれぞれ次のものとする。

1) 間隔 -10:	tau1=+5.0;	tau2=-5.0
2) 間隔 -5:	tau1=+2.5;	tau2=-2.5
3) 間隔 -4:	tau1=+2.0;	tau2=-2.0
4) 間隔 -3:	tau1=+1.5;	tau2=-1.5
5) 間隔 -2:	tau1=+1.0;	tau2=-1.0
6) 間隔 -1.4:	tau1=+0.7;	tau2=-0.7
7) 間隔 -0.7:	tau1=+0.35;	tau2=-0.35
8) 間隔 -0.3:	tau1=+0.15;	tau2=-0.15
9) 間隔 0:	tau1=0.0;	tau2=0.0
10) 間隔 +0.3:	tau1=-0.15;	tau2=+0.15
11) 間隔 +0.7:	tau1=-0.35;	tau2=+0.35
12) 間隔 +1.4:	tau1=-0.7;	tau2=+0.7
13) 間隔 +2:	tau1=-1.0;	tau2=+1.0
14) 間隔 +3:	tau1=-1.5;	tau2=+1.5
15) 間隔 +4:	tau1=-2.0;	tau2=+2.0
16) 間隔 +5:	tau1=-2.5;	tau2=+2.5
17) 間隔 +6:	tau1=-3.0;	tau2=+3.0
18) 間隔 +7:	tau1=-3.5;	tau2=+3.5
19) 間隔 +8:	tau1=-4.0;	tau2=+4.0
20) 間隔 +10:	tau1=-5.0;	tau2=+5.0

上記における項目数、受験者数、カテゴリ数、並びに、各母数設定値に基づいて、フリーソフト R 上で著者により作成された RSM 適合多値カテゴリ順序データ出力プログラム(補遺¹⁰⁾提示)使用による 3 カテゴリデータ A) 10 標本、B) 5 標本、C) 5 標本の取得の上で、ABC 各標本への PCM 適用 FACETS⁴⁾出力 ABC 各第 1 閾値設定値別(1~20)による 100 項目第 1 閾値分布標準偏差の平均値を与えたものが上掲図 3.1~図 3.3 である。なお、A、B、C いずれにおいても、RSM 第 1 閾値設定値と RSM 適用 FACETS⁴⁾出力 ABC 各第 1 閾値推定値との差の絶対値平均値がデータ番号 2 から 17 に渡り 0.05 未満と算出されて、本事例における RSM 閾値推定値の精度はデータ番号 2 から 17 については大変に高いと示されている。

本節冒頭に述べた様に、II 節提示図 2.2 と図 3.1~図 3.3 における各傾向線の相似性は、3 カテゴリ項目においては II 節で示した理由による。ABC 各 RSM 適合標本設計の上で、多値データとしてはカテゴリ数を 3 とする最も単純なものであり、100 項目位置母数設定値は ABC 各標準偏差とする等間隔設定値であり、500 名位置母数設定値は標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うものとしている。この RSM 適

合標本設計に基づくデータ取得状況下のみにおける出現事象ではあるが、図 2.2 における RSM 指標理論値としての 100 項目 Outfit MnSq の平均標準偏差と図 3.1～図 3.3 における PCM 適用 FACETS⁴⁾ 出力上での 100 項目第 1 閾値分布の平均標準偏差はほぼ同様な大小傾向線を示している。従って、この RSM 適合標本設計状況下での事象出現傾向として、RSM 適合度指標としての項目群 Outfit MnSq はモデル規定としての項目特性曲線形状同一性からの乖離度指標であるとの有意義な示唆である。

II 節提示図 2.2 により、3 カテゴリ項目群における RSM 適用上での項目群・受験者群 Outfit MnSq 分布標準偏差の理論期待値は、第 1 潜在閾値-1.5 においてその値最小として、第 1 潜在閾値が-1.5 から大小乖離するにつれてその値増大と示されている。一方、図 3.1～図 3.3 からは、上記 RSM 適合標本設計状況下における取得データ群については、第 1 潜在閾値-0.7、-1.0、-1.5 の範囲内で項目群の特性曲線形状同一性程度が最も高くなっている。これは、Linacre¹¹⁾ (2002)による 3 カテゴリデータにおける理論上の好ましい隣接閾値推定値間正順最小差は 1.4 との指摘(pp. 102)に偶然としても合致している。然しながら、3 カテゴリ RSM 適合データにおいては、その差の値 1.4 に比して隣接閾値推定値間の差が 0.0 であるとしても、項目特性曲線形状同一性程度に大きな差異はないとの本事例の上での観察である。

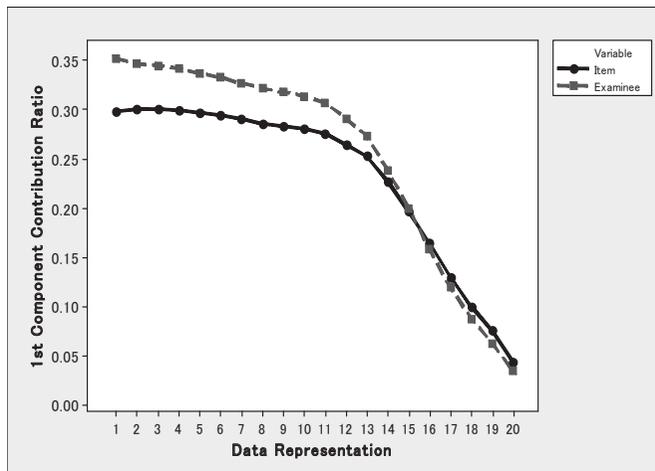


図 3.5 A) 10 標本項目群・受験者群第 1 主成分寄与率の平均値

二値データにおける Outfit MnSq の一次元指標とは異なる本質性(平越・井澤¹⁾, 2010, pp. 103-106; Linacre²⁾, 2000, 参照)が、上掲図 3.1～図 3.3 における傾向線と比較された図 3.5～図 3.7 における傾向線の上で三値データにおいても同様と示唆されている。図 3.5～図 3.7 は、それぞれ上記 RSM 適合 3 カテゴリデータ A) 10 標本、B) 5 標本、C) 5 標本の第 1 閾値設定値別(1～20)による SPSS¹²⁾出力上でのピアソン相関係数主成分分析第 1 主成分寄与率(以降、第 1 主成分寄与率)の平均値である。

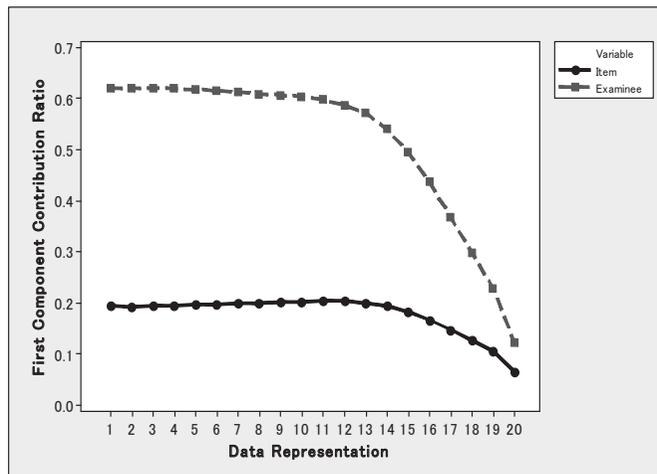


図 3.6 B) 5 標本項目群・受験者群第 1 主成分寄与率の平均値

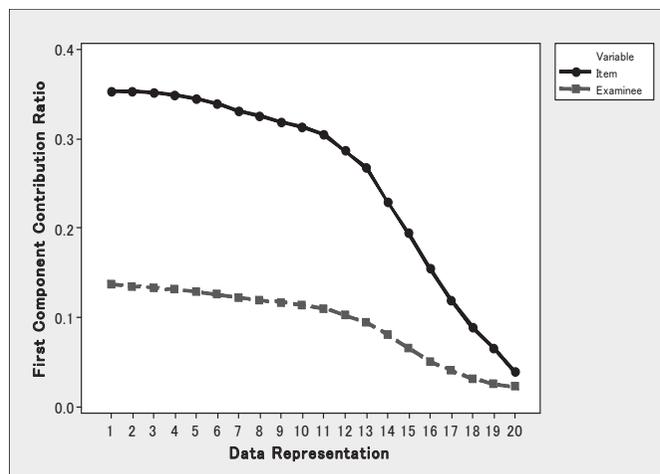


図 3.7 C) 5 標本項目群・受験者群第 1 主成分寄与率の平均値

図 3.5～図 3.7 いずれにおいても、第 1 閾値設定値(≡ RSM 適合第 1 閾値推定値)のデータ番号 1 から 20 に渡り、項目群と受験者群についての第 1 主成分寄与率の平均値はそれぞれ漸減傾向にあると明示されている。更に、より重要な視認は、図 3.6 B)と図 3.7 C)に比べて、図 3.5 A)において位置母数推定値分布標準偏差同一値 1.0 と設定された項目群と受験者群について、いずれの第 1 閾値設定値データにおいても顕示されている A)第 1 主成分寄与率平均値の両者均衡性である。これは、二値データにおいて観察された項目群・受験者群位置母数推定値分布の標準偏差同一性と項目群・受験者群一

次元性充足度の均衡性(平越・井澤¹³⁾、2008; 平越・井澤¹⁾、2010, pp. 108-112, 参照)に合致する。

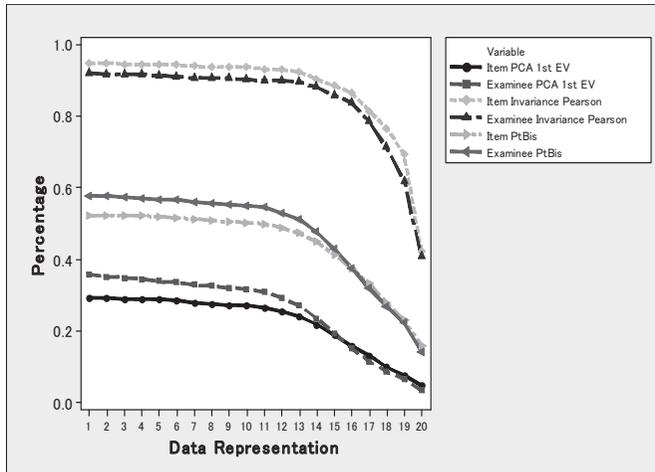


図 3.8 A) 各第 1 閾値設定値別(1~20)第 1 標本における項目群と受験者群についての母数推定値不変性、点双列相関係数平均値、並びに、第 1 主成分寄与率

前掲図 3.5 での A) 項目群と受験者群の間における第 1 主成分寄与率平均値の均衡性に関する補足資料を図 3.8 に与える。それは、項目群・受験者群位置母数推定値分布標準偏差同一値 1.0 と設定された A)各第 1 閾値設定値別(1~20)第 1 標本における 6 本の漸減傾向線として、上から順に、項目群母数推定値不変性充足度、受験者群母数推定値不変性充足度、受験者群点双列相関係数平均値、項目群点双列相関係数平均値、受験者群第 1 主成分寄与率、及び、項目群第 1 主成分寄与率が与えられている。なお、「母数推定値不変性充足度」については、筆者常套手段として、受験者群と項目群の折半法を前者と後者それぞれに関する Rasch 測定標準化残差の第 1 主成分負荷量記号正負分別としている。又、図 3.8 に含めた A)第 1 標本は前掲図 3.5 での A)10 標本の 1 つであり、両図でのデータ番号 1~20 に渡る項目群・受験者群第 1 主成分寄与率の同様な漸減傾向の視認により、図 3.8 における項目群と受験者群それぞれの母数推定値不変性充足度と点双列相関係数平均値の漸減傾向線再現性は高いと思われる。図 3.5 での A)10 標本項目群・受験者群第 1 主成分寄与率平均値に併せて、A)各第 1 閾値設定値別(1~20)それぞれ第 1 標本のみに関する観察ではあるが、二値データにおいて観察された項目群・受験者群位置母数推定値分布の標準偏差同一性と項目群・受験者群次元性充足度の均衡性(平越・井澤¹³⁾、2008; 平越・井澤¹⁾、2010, 表 1~表 5, pp. 108-112, 参照)が、図 3.8 における母数推定値不変性充足度と点双列相関係数平均値の上でも示されている。

本節付記として、平越・井澤¹³⁾(2008)により与えられた二値データに関する項目群・受験者群位置母数推定値分布標準偏差と項目群・受験者群第 1 主成分寄与率の相対関係(表 4-1, p. 32)が、本事例 3

カテゴリデータにおける図 3.5～図 3.7 により、同様に観察される。それを表 3.1 に再掲する。

表 3.1 本事例 3 カテゴリデータにおける項目群・受験者群位置母数推定値分布標準偏差と
項目群・受験者群第 1 主成分寄与率の相対関係

項目群	困難度推定値 標準偏差		受験者群	能力推定値 標準偏差	
	小	大		小	大
項目群第1主成分寄与率	大	小	受験者群第1主成分寄与率	大	小
受験者群第1主成分寄与率	小	大	項目群第1主成分寄与率	小	大

IV. おわりに

4 値以上のカテゴリ数から成る多値データについては不詳としても、現実取得 3 カテゴリ順序データが RSM に高い程度で適合しているならば、本稿査察が示唆していることは次の通りである。

- 1) RSM 適用 FACETS⁹⁾出力 Outfit MnSq は、データ一次元性充足度指標ではなく、RSM において規定とされている項目特性曲線形状同一性からの乖離度指標である。
- 2) RSM 第 1 閾値推定値の異同により、項目群と受験者群に付される Outfit MnSq(≒特性曲線形状同一性指標)の小さなばらつき程度、及び、項目群の第 1 主成分寄与率の大きさのいずれにもおいて限界性が存在する。つまり、現実取得 3 カテゴリデータにおける両指標値最大限充足程度は第 1 閾値推定値の大きさ、及び、項目数と受験者数の上で異動する故に、両指標値への参照による RSM 適合程度判断は一意になされ得ない。

上記 2) の示唆は、RSM 適用者には厄介な問題である。RSM 適用により出力される閾値推定値への参照に際しては、その正順性が、項目群・受験者群位置母数推定値との相対関係により、取得データの容易な理解の上で期待される(Andrich¹⁴⁾, 2005, 参照)。その点においては、本稿で査察された様に、100 項目と 500 名から成る 3 カテゴリデータに関する Outfit MnSq のばらつき程度小と第 1 主成分寄与率大の両者均衡充足度を最大限に満たす第 1 閾値推定値は-0.7、-1、-1.5、-2 の範囲内であり、その範囲内にある第 1 閾値推定値出力が当該データの RSM 測定妥当性におけるほぼ最高位を示唆していることになる。これは、偶然の一致としても、Linacre¹¹⁾ (2002)による 3 カテゴリデータにおける理論上の好ましい隣接閾値推定値間正順最小差は 1.4 との指摘(pp. 102)に合致する。

唯、本稿査察を目的として取得したシミュレーションデータはすべてその標本設計状況の下で RSM にほぼ完全に適合していることに留意される。又、本稿提示数式(6)と(7)により、RSM 完全適合データにおいても項目群・受験者群 Outfit MnSq の分散平均は項目数と受験者数に大きく影響されると示されている。従って、現実取得 3 カテゴリデータの RSM 適用の上で、閾値推定値逆順が観察されてその RSM 適合度を見る際に、識者が指摘するモデル適合基準値 Outfit MnSq = 1.0 を中点とするそ

の範囲 0.7~1.3(McNamara¹⁵⁾, 1996, p. 173; Wright and Linacre¹⁶⁾, 1994, p. 370)を一律的に参照することが出来ないのである(本稿提示図 2.2 参照)。更に、この厄介な問題は、4 カテゴリ以上から成る現実取得データにおいて閾値個数の増大により一層顕著となる。4 カテゴリ以上の多値データにおいては、100 項目と 500 名から成る 3 カテゴリデータに関する参照基準としての本稿提示図 2.2 に対応する潜在閾値異同による「全項目と全受験者の Outfit MnSq の平均標準偏差」の取得は困難極まる。これは、4 カテゴリ以上の現実取得多値データに関して、Outfit MnSq への参照を含めて、RSM において規定とされている項目・受験者特性曲線形状同一性からの信頼性の高い乖離度適正判断はほぼ不能であることを意味している。以上が、本稿査察から導かれる最も重要な認知である。

なお、現実取得多値カテゴリデータの一次元充足度限界性は、補遺¹⁰⁾提示 RSM 適合標本取得プログラムの使用により、現実データにおける項目数、受験者数、RSM 適用出力閾値をそれぞれ同値とする RSM 適合取得標本の主成分分析結果への参照上でかなり高い精度にて確認出来る。RSM 規定としての項目特性曲線形状同一性からの乖離度査察についても、現実データと上記の RSM 適合取得標本の RSM 適用による FACETS⁴⁾出力上での Outfit MnSq を含む両者関連対応値の比較が、大きな困難を伴うとしても可能な一方略である。但し、補遺¹⁰⁾提示 RSM 適合標本取得プログラムにおける受験者能力は標準偏差を 1.0 とする標準正規分布に設定される。上記後者の項目特性曲線形状同一性からの乖離度査察については、簡便性観点により、現実取得データと RSM 適合取得標本それぞれの PCM 適用上での受験者群位置母数推定値とモデル期待得点の使用に基づく項目特性曲線の作図(井澤¹⁷⁾、2008, 図 8 と図 9, p. 24, 参照)に便宜性がある。その出力両図比較は明らかに客観的判断方法ではないけれども、筆者個人として、両者間での項目特性曲線形状の異同程度視認が要領として最も簡易であると思われる。

【参考文献及び注】

- 1) 平越裕之・井澤廣行 2010. 「Rash 測定 χ^2 平均平方統計量、項目反応理論ニ母数モデル項目弁別力、及び、データ一次元性の連関性一考察」 『流通科学大学論集 - 人間・社会・自然編』第 23 巻、第 1 号、pp. 97-112.
- 2) J. M. Linacre. 2000. Item discrimination and infit mean-square. *Rasch Measurement Transactions*, 14, 2, p. 743.
- 3) G. Rasch. 1960. *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*, The Danish Institute for Educational Research. (Reprinted in 1980 by the University of Chicago Press with a Foreword and Afterword by B. D. Wright.)
- 4) J. M. Linacre. 1989. *FACETS* (Rasch measurement computer program). Chicago: Winsteps.com.
- 5) D. Andrich. 1978. A rating formulation for ordered response categories. *Psychometrika*, 43, 4, pp. 561-573.

- 6) B. D. Wright & G. N. Masters. 1982. *Rating scale analysis*. Chicago: MESA Press.
- 7) 平越裕之 2009. 「多値 Rasch モデルのカテゴリ閾値に関する一考察」 『流通科学大学論集 — 経済・経営情報編』第 17 巻、第 2 号における図 3-2(p. 95)の再掲。
- 8) G. N. Masters. 1982. A Rasch model for partial credit scoring. *Psychometrika*, 47, 2, pp. 149-174.
- 9) 平越裕之 2009. 「多値 Rasch モデルのカテゴリ閾値に関する一考察」 『流通科学大学論集 — 経済・経営情報編』第 17 巻、第 2 号における図 3-1(p. 94)の再掲。
- 10) 井澤廣行・平越裕之 2011(出版予定、2011 年 9 月において印刷中). 『項目応答分析 Rasch モデル精察』における補遺 B)再掲、神奈川県：現代図書
- 11) J. M. Linacre. 2002. Optimizing rating scale category effectiveness. *Journal of Applied Measurement*, 3, 1, pp. 85-106.
- 12) 統計解析ソフトウェア (SPSS Inc.)
- 13) 平越裕之・井澤廣行 2008. 「テストの正誤反応行列から得られる次元性情報に関する考察」 『流通科学大学論集 — 経済・経営情報編』第 17 巻、第 1 号、pp. 9-33.
- 14) D. Andrich. 2005. The Rasch model explained. In Alagumalai, S, Curtis, D. D., & Hungi, N. (Eds.), *Applied Rasch measurement: A book of exemplars* (pp. 27-59). The Netherlands: Springer.
- 15) T. McNamara. 1996. *Measuring second language performance*. London: Longman.
- 16) B. D. Wright & J. M. Linacre. 1994. Reasonable mean-square fit values. *Rasch Measurement Transactions*, 8, 3 in Linacre, J. M. (Ed.), 1996, *Rasch Measurement Transactions, Part 2* (p. 370). Chicago: MESA Press.
- 17) 井澤廣行 2008. 「Partial Credit モデルにおける項目個別弁別力異同と閾値母数推定値増大順序性違反についての探査一考察」 『流通科学大学論集 — 人間・社会・自然編』第 21 巻、第 1 号、pp. 11-35.

**補遺 10： RSM 適合多値カテゴリ順序データ取得のためのフリーソフト R への
著者作成プログラム例**

以下に、RSM 適合多値カテゴリ順序データ取得のための反応生成プログラム(フリーソフト R の関数)例を与える。R の作動環境における入力によって、一例として、受験者群位置母数設定値標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う 500 名、最小値-1.71 から最大値 1.71 に渡り等間隔位置母数設定値とされる 100 項目(その設定値分布標準偏差 1.00)、並びに、5 カテゴリ閾値母数タウ設定値 $\tau_1=-1.5$; $\tau_2=-0.5$; $\tau_3=0.5$; $\tau_4=1.5$ とするこの状況の下での RSM にほぼ最大限に適合している素点データを得ることが出来る。現実取得多値カテゴリ順序データの RSM 適用 FACETS 出力値との比較を目的として、受験者数・受験者群位置母数設定値標準正規分布・項目数・項目群位置母数等間隔設定値・カテゴリ数・各閾値母数タウ設定値を現実取得データに可能な限り沿うものとする RSM 適合データの FACETS 適用出力値への参照が可能である。

```
#####
# Rating scale モデル適合模擬データを乱数で作るプログラム for R
# 困難度、能力値設定は、
# 項目困難度分布：指定範囲で等間隔配置
# 受験者能力値分布：標準正規乱数
# と設定して 0-1 一様乱数によりカテゴリ反応を生成する。
# 各困難度、各能力、選択確率行列、および反応行列が return される。
# itemd:困難度リスト, persona:能力値リスト, rsmmatrix:反応行列, probmatrix:選択確率行列
#
# 09.4.10 Hiroyuki Hirakoshi
#####
myraschrsm <- function(nperson, nitem, itemmin, itemmax, nstep, ...) { # ... は,  $\tau$  の値
# 人数 nperson, 項目数 nitem, 項目最小値 itemmin, 項目最大値 itemmax,
# ステップ数 nstep, tau=c(, ) の () の中にステップ閾値を必要数並べてコマ区切りで書く
#+-----+
# 項目困難度を一様分布として作成する場合は、 +
# この最下行 (A) のコメントアウトを外し、 +
# 下の一行(myitem01<-seq...) (B) を、コメントアウトする。 +
# 作成された一様分布は itemd として Return されるので、保存が必要なら +
# 本関数を実行した後「戻り値$itemd」を保存すること。 +
# myitem01<-sort(runif(nitem, itemmin, itemmax)) # 困難度：一様分布にて作成 (A) +
#+-----+
# myitem01<-seq(itemmin, itemmax, length=nitem) # 困難度：等間隔にて配置 (B)
# myperson01<-sort(rnorm(nperson, 0, 1)) # 能力値：正規乱数にて作成
#+-----+
# 能力値は persona として Return されるので、保存が必要なら +
# 本関数(myraschrsm)を実行した後「戻り値$persona」を保存すること。 +
#+-----+
args <- list(...)
temp01<-numeric(nstep+1)
kappa<-numeric(nstep+1) # kappa[1]~kappa[nstep+1]まで0を埋めてベクトル作成
kappa[1]<-0 # kappa は添え字が数式より一つ上であることに注意
kappa[2]<- args$tau[1] * -1
for (i in 3:(nstep+1)) {
  kappa[i]<-kappa[i-1]-args$tau[i-1]
}
# Rating Scale 反応の場合、困難度と能力から選択確率マトリクスをステップ数生成する。
# 人数行, 項目数列の行列のステップ分の配列作成
myprobrsm<-array(NA, dim=c(length(myperson01), length(myitem01), (nstep+1)))
myrsm<-array(NA, dim=c(length(myperson01), length(myitem01)))
# それぞれのステップの選択確率を計算する
for (i in 1:length(myperson01)) {
  for (j in 1:length(myitem01)) {
    bunbo<-1
    for (k in 1:nstep) {
      bunbo<-bunbo+exp(kappa[k+1]+k*(myperson01[i]-myitem01[j]))
    }
    for (o in 1:(nstep+1)) {
      # ステップと能力, 難易度から選択確率を計算
      if(o==1) {
        myprobrsm[i, j, 1] = (exp(kappa[o]+(o-1)*(myperson01[i]-myitem01[j]))) / bunbo
      }
    }
  }
}
}
```

```

    }else{
      temp01[o]= (exp(kappa[o]+(o-1)*(myperson01[i]-myitem01[j]))) / bunbo
      myprobrsm[i, j, o]=myprobrsm[i, j, o-1]+temp01[o]
    }
  }
}
# 0-1 の一様乱数により、反応ステップを決定する
temp02 <- runif(1, 0, 1)
for (o in (nstep+1):1){
  if( temp02 < myprobrsm[i, j, o])
    {myrsm[i, j]=o-1}
}
}
}
# 結果を return する
# itemd:困難度リスト, persona:能力値リスト, rsmmatrix:反応行列, probmatrix:選択確率行列
return(list(itemd=myitem01, persona=myperson01, rsmmatrix=myrsm, probmatrix=myprobrsm))
}
#
##### 使用例 #####
##### 10人15項目項目困難度は-2~2, ステップ数2,  $\tau_1=-1$ ,  $\tau_2=1$  で乱数により反応行列を作成
kekka<-myraschrsm(10, 15, -2, 2, 2, tau=c(-1, 1))
# 結果をファイルに書き出す
write.table(kekka$rsmmatrix, "f:/rsm01.txt", append = F, quote=F, sep=" ", col.names=F, row.names=F)
##### 連続して計算してファイルに書き出す使用例(設定値は同じだが、乱数のため別の模擬データとなる)
# この例では$rsmmatrixしか保存していないが、能力値や困難度も保存すれば、
# 保存された能力値、困難度値を指定して模擬データを作成する関数も別に用意している。(本補遺では省略)
kekka11<-myraschrsm(500, 100, -1.71, 1.71, 4, tau=c(-1.5, -0.5, 0.5, 1.5))
write.table(kekka11$rsmmatrix, "c:/rsm11.txt", append = F, quote=F, sep=" ", col.names=F, row.names=F)
kekka12<-myraschrsm(500, 100, -1.71, 1.71, 4, tau=c(-1.5, -0.5, 0.5, 1.5))
write.table(kekka12$rsmmatrix, "c:/rsm12.txt", append = F, quote=F, sep=" ", col.names=F, row.names=F)
kekka13<-myraschrsm(500, 100, -1.71, 1.71, 4, tau=c(-1.5, -0.5, 0.5, 1.5))
write.table(kekka13$rsmmatrix, "c:/rsm13.txt", append = F, quote=F, sep=" ", col.names=F, row.names=F)
kekka14<-myraschrsm(500, 100, -1.71, 1.71, 4, tau=c(-1.5, -0.5, 0.5, 1.5))
write.table(kekka14$rsmmatrix, "c:/rsm14.txt", append = F, quote=F, sep=" ", col.names=F, row.names=F)
kekka15<-myraschrsm(500, 100, -1.71, 1.71, 4, tau=c(-1.5, -0.5, 0.5, 1.5))
write.table(kekka15$rsmmatrix, "c:/rsm15.txt", append = F, quote=F, sep=" ", col.names=F, row.names=F)
#####

```