

貨幣効用と危険資産価格決定

— TOPIX データを用いた C-CAPM の推定 —

An Estimation of C-CAPM Considering Money-in-utility (MIU) and TOPIX Data

森澤 龍也*

Tatsuya Morisawa

本稿では、貨幣効用を考慮した C-CAPM について、日本のデータを用いて計量分析した。TOPIX データによる株式収益率を用いた GMM 推計によると、過剰識別制約検定の結果は総じて良好である一方で、相対的危険回避度や貨幣（流動性）の資産効果などの選好パラメータの推定結果は不安定であり、このモデルはエクイティ・プレミアム・パズルを解消するとはいえないとの結果が得られた。

キーワード：C-CAPM、貨幣効用（MIU）、TOPIX、Continuous Updating GMM

I. はじめに

本稿は、貨幣保有から得られる効用を考慮した「消費に基づく資産価格決定モデル (Consumption-based Capital Asset Pricing Model: 以下、C-CAPM と表記)」について、特に日本の株式収益率データを用いて計量分析を行う。

貨幣の存在を考慮した C-CAPM 型の非線形オイラー方程式を直接推定している先行研究については、海外のものとしては、Poterbe and Rotemberg (1987)、Finn, Hoffman and Schlagenhauf (1990)、Holman (1998) などがあり、日本のデータによるものとしては、Baba (2000)、Ono, Ogawa and Yoshida (2004)、森澤 (2017) などがある¹⁾。Baba (2000) は貨幣残高として旧マネーサプライ統計のデータを、Ono et al. (2004) は資金循環統計の家計部門のマネー統計を用いた四半期ベースの計量分析を行っている。森澤 (2017) はマネーストック統計および短期・中期・長期の国債利回りのデータを用いた月次ベースの計量分析を行い、このモデルが Weil (1989) の安全利子率パズルを解消する可能性を有すると報告している。

本稿は森澤 (2017) とほぼ同様の設定のもとで、特に危険資産価格の決定問題に論点を絞り、貨幣効用を考慮した C-CAPM が Mehra and Prescott (1985) のエクイティ・プレミアム・パズルを解消する可能性について考察する。本分析の特徴は、以下の通りである。第 1 に、危険資産とし

*流通科学大学経済学部、〒651-2188 神戸市西区学園西町 3-1

では通常よく取り上げられる上場株式に焦点を当てる。より具体的には東証株価指数（TOPIX）データに基づいて株式収益率のデータ系列を作成している。第2に、モデルの推定に際しては、Stock and Wright (2000) に倣い、実証結果の頑健性をみるため、通常的一般化モーメント法（GMM）の各手法に加えて、より優れた小標本特性をもつ Hansen, Heaton and Yaron (1996) の Continuous Updating GMM による推定を行う。第3に、株式収益率のデータは非常に大きな変動を伴うため、Hodrick-Prescott フィルターおよび6ヵ月中心化移動平均によって株式収益率のトレンド成分を求め、これらを収益率の代理変数とした分析を併せて実施することで、より精緻に実証結果を検討する。

本稿の構成は次の通りである。第II節では、貨幣の存在を明示的に組み込んだ C-CAPM を定式化し、計量分析のためのモデルを導出する。第III節では、導出されたモデルを日本のデータによって推計し、その実証結果について詳細に検討する。第IV節では、本稿の議論をまとめる。

II. モデル

本節では、貨幣効用を考慮した MIU (money-in-utility) 型の選好関係に基づき、代表的家計モデルの枠組みのもとで、資産価格の決定問題を定式化する。すなわち、予算制約のもとで、代表的家計は現在（0期）から将来にかけての消費と貨幣保有（流動性）から得られる期待効用の割引現在価値が最大になるように消費と資産・貨幣保有を選択する、としよう。これを定式化すると、次の数学的問題になる。

$$\max_{c_t, a_{t+1}, m_{t+1}} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, m_t) \right\} \quad (1)$$

$$s.t. \quad a_{t+1} + m_{t+1} = (1+r_t)a_t + m_t + w_t - c_t \quad (2)$$

ただし、 ρ ($\in (0, \infty)$; 定数)：時間選好率、 $\beta \equiv 1/(1+\rho)$ ($\beta \in (0, 1)$; 定数)：主観的割引率、 a_t ：家計の実質資産保有量、 m_t ：家計の実質貨幣（流動性）保有量、 w_t ：家計の非資産所得（実質賃金）、 r_t ：実質資産収益率、 $E_t(\cdot)$ ： t 期において利用可能な情報集合に基づく条件付期待値演算子、である。また、効用導関数の表記については、

$$u_c(c_t, m_t) \equiv \partial u(c_t, m_t) / \partial c_t, \quad u_{cc}(c_t, m_t) \equiv \partial^2 u(c_t, m_t) / [\partial c_t]^2,$$

$$u_{cm}(c_t, m_t) \equiv \partial^2 u(c_t, m_t) / [\partial c_t \partial m_t].$$

と定義する。

この最適化問題における一階の条件を整理すると、次の均衡資産収益率（資産価格）の決定式

$$E_t \left[\beta \frac{u_c(c_{t+1}, m_{t+1})}{u_c(c_t, m_t)} (1+r_{t+1}) - 1 \right] = 0 \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (3)$$

が導出される。(3)式は消費のオイラー方程式（Euler equation）と呼ばれる²⁾。

ここで、MIUに基づく時点効用関数 $u(c_t, m_t)$ を次のように特定化する。

$$u(c_t, m_t) = \frac{1}{1-\gamma} (c_t^\omega m_t^{1-\omega})^{1-\gamma}, \quad 0 < \omega < 1 \text{ and } \gamma > 0. \quad (4)$$

この定式化は相対的危険回避度一定型 (Constant Relative Risk Aversion: CRRA) 効用関数をベースとしたものである。時点効用関数 (4) 式について、Arrow (1951) と Pratt (1964) の相対的危険回避度 (relative risk aversion) は、

$$RRA(c_t) \equiv -u_{cc}(c_t, m_t) \cdot c_t / u_c(c_t, m_t) = 1 - \omega(1 - \gamma) \quad (5)$$

によって与えられる。

また、本稿の MIU 型効用関数 (4) 式に関しては、消費と貨幣が乗法的に取り扱われていることから、消費と貨幣の交差微分 $u_{cm}(c_t, m_t)$ を求めることができる。この交差微分を用いると、貨幣 (流動性) の資産効果の度合いは弾力性概念によって次のように定式化される。

$$WE(m_t) \equiv u_{cm}(c_t, m_t) \cdot m_t / u_c(c_t, m_t) = (1 - \omega)(1 - \gamma) \quad (6)$$

(6) 式は、実質貨幣残高 1% の変化に対する消費の限界効用の変化割合であり、貨幣の資産効果度を定量的に捉えようとする尺度である。

以上の (3) ~ (6) 式から、推計モデルとなるパラメトリックなオイラー方程式は、次のように定式化される。

$$E_t \left\{ \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-RRA(c_t)} \left[\frac{M_{t+1}/M_t}{(p_{t+1}/p_t) \cdot (N_{t+1}/N_t)} \right]^{WE(m_t)} (1 + r_{t+1}) - 1 \right\} = 0 \quad (7)$$

ただし、 M_t : 名目貨幣残高、 p_t : 一般物価水準、および、 N_t : 人口 (世帯人員)、である。次節では、この (7) 式を直接推定し得られた結果から、貨幣効用を考慮した危険資産価格決定モデルの現実妥当性について考察する。

III. 実証分析

1. データ

本節では、本稿の計量分析で用いられるデータの概要について説明する。使用データの期種は月次であり、データは 2003 年 4 月から 2016 年 12 月までの期間で準備されている。ただし、対前期比系列については計算上の関係から、2003 年 5 月から 2016 年 12 月までの期間で使用可能である。なお、本稿で用いるデータのうち季節変動が観察された各系列については、米商務省センサス局の季節調整法 X12-ARIMA によって季節調整を行った。表 1 は本分析にて使用するデータの標本統計量である。

名目系列の実質化のための一般物価デフレーター (p_t) については、『物価統計月報 (消費者物価指数編)』(総務省) の「消費者物価指数 (生鮮食品及びエネルギーを除く総合)」を用いた。なお、 p_t については、季節調整のうえ、日本銀行調査統計局 (2016) の方法に基づき、2014 年 4 月の消費税率引き上げの影響を調整した。

一人当たり実質家計消費データ (c_t) については、『家計調査報告』(総務省) の非耐久財およびサービス消費(全国全世帯(含む農家))の系列をそれぞれ、世帯人員 (N_t) および p_t で割ったものを使用した。

名目貨幣残高 (M_t) については、『マネースtock統計』(日本銀行) の諸系列を用いた。ちなみに、先述した水準データの開始期が2003年4月である理由は、現行のマネースtock統計の収録開始期に合わせたためである。通貨の項目については、Baba(2000) および森澤(2017) との比較を勘案し、現金通貨(CA)、CA+個人預金通貨(CAD)、M1(=CAD+一般法人預金通貨)、M1+準通貨(M1+QMA)、という4種類のマネー区分を採用した³⁾。

危険資産収益率 (π_t) は、『東証統計月報』(東京証券取引所) 統計を用いて、下記の定義式

$$\pi_t = q_t / q_{t-1} - 1 + d_t \quad (8)$$

に基づいて求めた。ただし、 q_t : 東証株価指数・東証一部(TOPIX)、 d_t : 平均配当利回り・東証一部、である。(8)式の右辺第1・2項は前月比ベースの月間キャピタルゲイン(ロス)、右辺第3項は月平均ベースのインカムゲインに相当する。実質危険資産収益率 (r_t) については、 π_t から p_t の変化率を引いた系列を採用した。

表1. 標本統計量一覧(記述統計量): 2003年5月~2016年12月(標本数164)

		平均	標準偏差	最大値	最小値
c_t	非耐久財	35560.13	1443.776	40522.71	33333.98
	サービス	35766.25	1271.003	38647.99	31904.3
	非耐久財+サービス	71326.38	2543.355	78718.79	65238.29
c_t/c_{t-1}	非耐久財	1.000723	0.016446	1.08591	0.881352
	サービス	1.001184	0.032055	1.081985	0.90721
	非耐久財+サービス	1.000816	0.019406	1.077426	0.940209
M_t	現金通貨(CA)	758782.5	69958.25	933987.9	664874
	CA+個人・預金通貨(CAD)	3807863	466730.3	4848926	3039343
	M1	5198553	639675.5	6882721	4281520
	M1+準通貨(M1+QMA)	10689331	744169.2	12491479	9936676
M_t/M_{t-1}	CA	1.002083	0.002069	1.007719	0.997088
	CAD	1.002883	0.001998	1.008923	0.997159
	M1	1.002951	0.003025	1.012572	0.994369
	M1+QMA	1.001413	0.001484	1.005704	0.997951
r_t		0.021517	0.049521	0.128818	-0.191818
p_t		0.983055	0.011045	1.000693	0.962892
p_t/p_{t-1}		0.999903	0.001171	1.003701	0.996388
N_t		3.100976	0.064458	3.22	2.98
N_t/N_{t-1}		0.99951	0.001536	1.003311	0.996656

2. 実証結果①：TOPIX データによる検証

本節では、オイラー方程式(7)式を日本のデータによって直接推計し、得られた推計結果を検討する。推定法は一般化モーメント法 (Generalized Method of Moments: GMM) を用いた。GMM 推定に際しては、Stock and Wright (2000) に倣い、通常よく用いられる Two-step GMM と Iterated GMM に加えて、Hansen, Heaton and Yaron (1996) によって提案された Continuous Updating GMM (以下、C-U) を採用した。

通常の Two-step GMM および Iterated GMM では、目的関数の最小化の過程においてウェイト行列は一定の値で与えられる⁴⁾。これに対して、C-U では、ウェイト行列が最小化の過程で推定対象である未知パラメータの変化に合わせて更新される、という特徴をもつ。Hansen, Heaton and Yaron (1996) によると、C-U によって求められたパラメータの推定値は Two-step GMM および Iterated GMM によって求められたものよりも優れた小標本特性をもっている。

ただし、Two-step GMM および Iterated GMM では、推計に先立って最初にウェイト行列を求めたうえでそれを所与として目的関数を最小化するのに対して、C-U では、ウェイト行列がパラメータの関数であるため、これまでの手法と比べてパラメータの初期値に推計結果が大きく左右されるという難点をもっている。そこで本稿では、Iterated GMM で求められたパラメータの推定値を C-U 推定の初期値として与えることにした。

ウェイト行列については、Newey and West (1987) の HAC (Heteroskedastic and Autocorrelation Consistent) 分散・共分散行列 (ラグのバンド幅=5) を用いた。推定期間は 2003 年 5 月~2016 年 12 月である。GMM 推定における操作変数については、定数項、1 期前の当該実質消費変化率 (一人当たり、対前期比)、1 期前の当該名目貨幣変化率 (対前期比)、1 期前の物価変化率 (対前期比)、1 期前の実質株式収益率を用いた。

表 2 は非耐久財消費データを用いた推計結果である。J テスト (過剰識別制約検定) については、10%有意水準のもとで過剰識別制約条件は棄却されず、当てはまり具合は総じて良好である。

選好パラメータの推定結果は次の通りである。主観的割引率 (β) については有意かつ安定的に計測される。ただし、 β がわずかではあるが 1 以上に推計されており、時間選好率 (ρ) が若干のマイナス値になる可能性が示唆されている。 $RRA (c_i)$ についてはすべてのケースで有意に推定されていない。符号についても正負混在となっており、不安定な推定結果となっている。 $WE (m_i)$ については、6 ケースで有意に推定されているが、いずれのケースでもマイナスに計測されており、株式のみを考慮する場合、貨幣残高の増加に対して消費の限界効用が減少するとの結果になっている。また、 $WE (m_i)$ の推定値は-18.62958 から-5.79188 の範囲で得られており、非常に不安定な計測結果といえる。

表 2. オイラー方程式 (7) 式の推計結果 : $c =$ 非耐久財消費

マネー	GMM	β	$RRA(c_t)$	$WE(m_t)$	J-TEST
CA	Two-step	1.00139 (0.018)	-0.28187 *** (0.493)	-8.81670 (6.635)	3.50257 [0.174]
	Iterated	1.00213 (0.018)	-0.30148 *** (0.499)	-9.21786 (6.749)	3.36686 [0.186]
	C-U	1.02356 (0.022)	-0.81839 *** (0.646)	-18.62958 (8.641)	2.43675 ** [0.296]
CAD	Two-step	1.00299 (0.013)	-0.14435 *** (0.410)	-6.71355 (3.644)	4.12924 * [0.127]
	Iterated	1.00437 (0.013)	-0.13055 *** (0.386)	-6.97727 (3.621)	4.05529 * [0.132]
	C-U	1.01666 (0.014)	-0.41050 *** (0.463)	-10.36396 (3.646)	3.70118 *** [0.157]
M1	Two-step	0.99871 (0.013)	0.01943 *** (0.404)	-5.79188 (3.575)	3.63277 [0.163]
	Iterated	0.99929 (0.013)	0.04233 *** (0.368)	-5.96200 (3.618)	3.58836 [0.166]
	C-U	1.01183 (0.015)	-0.10851 *** (0.449)	-9.76467 (4.299)	3.29557 ** [0.192]
M1+QMA	Two-step	0.99238 (0.012)	0.05921 *** (0.421)	-7.32984 (6.127)	3.99786 [0.135]
	Iterated	0.99160 (0.012)	0.08848 *** (0.367)	-7.04059 (6.051)	4.12396 [0.127]
	C-U	1.00127 (0.014)	-0.01992 *** (0.432)	-12.49120 (6.710)	3.81508 * [0.148]

注 (1) 推定期間：2003 年 5 月～2016 年 12 月

(2) ***：1%有意、**：5%有意、*：10%有意、() 内は推定値の標準誤差。

(3) J-TEST：過剰識別制約テストの検定統計量、[]内は p 値。

表 3 はサービス消費データを用いた推計結果である。推計結果の概要は、マネーが CAD の場合に 10%有意水準のもとで過剰識別制約条件は棄却されている点を除いて、表 2 のそれとほぼ同様である。

表 3. オイラー方程式 (7) 式の推計結果 : $c =$ サービス消費

マネー	GMM	β	$RRA(c_i)$	$WE(m_i)$	J-TEST
CA	Two-step	1.00952 (0.023) ***	0.12397 (0.228)	-12.23344 (8.887)	3.91171 [0.141]
	Iterated	1.01379 (0.025) ***	0.10549 (0.255)	-14.24520 (9.519)	3.16450 [0.206]
	C-U	1.04684 (0.034) ***	-0.09465 (0.372)	-27.41755 (12.918) **	2.01519 [0.365]
CAD	Two-step	1.00142 (0.013) ***	0.21480 (0.179)	-6.14143 (3.584) *	5.02736 [0.081]
	Iterated	1.00224 (0.013) ***	0.26066 (0.181)	-6.21664 (3.572) *	5.09165 [0.078]
	C-U	1.01743 (0.014) ***	0.18307 (0.191)	-10.26974 (3.704) ***	4.78967 [0.091]
M1	Two-step	1.00008 (0.015) ***	0.03964 (0.241)	-6.19238 (4.356)	3.59131 [0.166]
	Iterated	0.99921 (0.015) ***	0.07923 (0.233)	-5.97885 (4.111)	3.83449 [0.147]
	C-U	1.02794 (0.022) ***	-0.22430 (0.334)	-14.15050 (6.153) **	3.17213 [0.205]
M1+QMA	Two-step	0.99124 (0.014) ***	0.12787 (0.234)	-6.84136 (7.115)	3.99413 [0.136]
	Iterated	0.99009 (0.013) ***	0.16565 (0.219)	-6.38437 (6.585)	4.52506 [0.104]
	C-U	1.00393 (0.016) ***	0.02636 (0.261)	-14.15094 (7.881) *	4.02319 [0.134]

注 (1) 推定期間：2003 年 5 月～2016 年 12 月

(2) ***：1%有意、**：5%有意、*：10%有意、() 内は推定値の標準誤差。

(3) J-TEST：過剰識別制約テストの検定統計量、[]内は p 値。

表 4 は非耐久財消費とサービス消費を合計した実質消費データを用いた推計結果である。推計結果の概要は表 2・3 のものとほぼ同様である。

表 4. オイラー方程式 (7) 式の推計結果 : $c =$ 非耐久財+サービス消費

マネー	GMM	β	$RA(c_t)$	$WE(m_t)$	J-TEST
CA	Two-step	1.01262 (0.022)	-0.07754 *** (0.426)	-13.44375 (8.407)	3.15449 [0.207]
	Iterated	1.01577 (0.024)	-0.14362 *** (0.482)	-14.95457 (9.004)	2.48809 * [0.288]
	C-U	1.03734 (0.029)	-0.45130 *** (0.608)	-23.75837 (11.073)	1.82938 ** [0.401]
CAD	Two-step	1.00288 (0.013)	0.21161 *** (0.300)	-6.59947 (3.597)	5.05519 * [0.080]
	Iterated	1.00459 (0.013)	0.25801 *** (0.312)	-6.92439 (3.567)	5.10085 * [0.078]
	C-U	1.02237 (0.014)	-0.01745 *** (0.344)	-11.61676 (3.764)	4.54292 *** [0.103]
M1	Two-step	1.00119 (0.015)	0.03758 *** (0.385)	-6.53125 (4.146)	3.63831 [0.162]
	Iterated	1.00163 (0.014)	0.08276 *** (0.377)	-6.68777 (4.059)	3.72404 [0.155]
	C-U	1.02351 (0.020)	-0.31573 *** (0.505)	-13.00082 (5.462)	3.15260 ** [0.207]
M1+QMA	Two-step	0.99301 (0.014)	0.16981 *** (0.381)	-7.79601 (6.993)	4.02691 [0.134]
	Iterated	0.99203 (0.013)	0.22612 *** (0.353)	-7.50125 (6.544)	4.49293 [0.106]
	C-U	1.00594 (0.016)	-0.01042 *** (0.426)	-15.15929 (7.820)	3.99204 * [0.136]

注 (1) 推定期間：2003 年 5 月～2016 年 12 月

(2) ***：1%有意、**：5%有意、*：10%有意、() 内は推定値の標準誤差。

(3) J-TEST：過剰識別制約テストの検定統計量、[]内は p 値。

3. 安全利子率を用いた実証結果との比較

前節では、TOPIX データによる株式収益率を用いたモデルの推定結果について詳述した。冒頭の第 1 節でも紹介したように、森澤 (2017) では、同様のモデル・データセット・推定期間のもとで、安全利子率を用いた GMM 推定による計量分析を行っている。なお、そこで安全利子率として採用された系列は日本の国債利回り (1 年・5 年・10 年) であった。

本節では、前節の株式収益率を用いたモデルの推定結果と、安全利子率を用いた森澤 (2017)

の推定結果を比較し、貨幣効用を考慮した C-CAPM の現実妥当性について考察する。J テストについては、両者ともに総じて過剰識別制約条件は棄却されないとの結果が得られているものの、選好パラメータの推定結果に関しては大きな違いが見受けられる。表 5 は、本分析と森澤 (2017) における主観的割引率 (β)、相対的危険回避度 ($RRA (c_i)$)、貨幣の資産効果度 ($WE (m_i)$) の推定結果を記述統計量によって整理したものである。

表 5. 選好パラメータの推定結果比較

(1) 主観的割引率 (β)

	有意推定値 の個数	平均	標準偏差	最大値	最小値
1年国債	36	0.99280	0.00133	0.99430	0.98932
5年国債	36	0.98292	0.00833	0.98756	0.95394
10年国債	36	0.97831	0.00408	0.98550	0.97327
株式(TOPIX)	36	1.00730	0.01293	1.04684	0.99009

(2) 相対的危険回避度 ($RRA (c_i)$)

	有意推定値 の個数	平均	標準偏差	最大値	最小値
1年国債	36	0.05995	0.03168	0.12000	0.00628
5年国債	36	0.13079	0.07395	0.33152	0.03646
10年国債	30	0.16378	0.07815	0.29533	0.02788
株式(TOPIX)	0	-0.02857	0.22721	0.26066	-0.81839

(3) 貨幣の資産効果度 ($WE (m_i)$)

	有意推定値 の個数	平均	標準偏差	最大値	最小値
1年国債	36	2.03608	0.70669	3.13963	1.14766
5年国債	36	4.13788	2.08552	10.48602	2.27304
10年国債	30	4.83330	1.64816	6.51710	1.70013
株式(TOPIX)	29	-12.38425	5.77197	-6.14143	-27.41755

注 (1) 推定期間：2003 年 5 月～2016 年 12 月

(2) 国債利回りによる推定結果は、森澤 (2017) の表 2～10 に基づく。

(3) 各収益率に関して、36 パターンの推定を行っている。

(4) 網掛け部分：有意推定値が得られなかったため、非有意推定値による数値を掲載した。

これらの推定結果をまとめると、次のようになる。第 1 に、主観的割引率 (β) については、国債利回りをを用いた場合でみると、0.973～0.994 の範囲で安定的かつ符号条件を満たす値に推定さ

れている。一方、株式収益率を用いた場合では、0.990~1.047のように、1をわずかに上回る値に推定されている。

第2に、相対的危険回避度 ($RRA(c_t)$) については、国債利回りケースで0.006~0.332と符号条件を満たす有意なプラスの推定値が得られている。その一方で、株式収益率を用いた場合では全く有意な推定値が得られないばかりか、非有意推定値についても-0.818~0.261というようになり不安定な推定結果となっている。

第3に、貨幣の資産効果度 ($WE(m_t)$) については、有意推定値が得られているものの、いずれのケースについても安定的な推定値が得られているとはいえない。ただし、国債利回りをを用いた場合の平均ベースでみると、貨幣の資産効果は運用期間が1年、5年、10年と増すごとに2.036、4.138、4.833と段階的に大きくなっていく傾向がみられる。他方、株式収益率を用いた場合ではマイナスに計測されており、国債利回りをを用いた場合と整合的な結果を得ることができない。

以上の実証結果の比較から、貨幣を考慮したC-CAPMについては、安全利子率として国債利回りをを用いた場合では経済理論と整合的な選好パラメータの推定値が得られており、総じて良好な推定結果といえる。他方、危険資産収益率として株式収益率を用いた場合の推定パフォーマンスはあまり良好なものではない。換言すると、このモデルは安全利子率パズルを解消する可能性を有する一方で、株式収益率の変動に対する説明力には欠けていることからエクイティ・プレミアム・パズルを解決することはできないといえる。

4. 実証結果②：株式収益率のトレンド成分による追加分析

前節の比較検証の内容によると、安全利子率として国債利回りをを用いた場合では、総じて符号条件を満たす有意な選好パラメータの推定値が得られる一方で、本稿における株式収益率を用いた場合では、全体的に不安定であり、かつ、経済学的にみて符号条件を満たすとは言い難い推定結果となっている。すなわち、本稿の実証結果はあまり良好なものではないといえる。このような結果となった要因を考えると、株式収益率のデータの変動は通常、非常に激しい振幅を伴うためであるかもしれない。そこで本稿では、TOPIXベースの株式収益率について、Hodrick-Prescottフィルター⁵⁾(以下、HPフィルター)および6ヵ月中心化移動平均によってトレンド成分を求め、これらを収益率の代理変数とした追加分析を行った。図1はこれらのトレンド成分を図示したものである。HPフィルターによるトレンド成分はかなり平滑化されている一方で、6ヵ月中心化移動平均は比較的、元の系列に沿った変動をしつつ極端な乱高下がある程度はスムーズなものになっている。

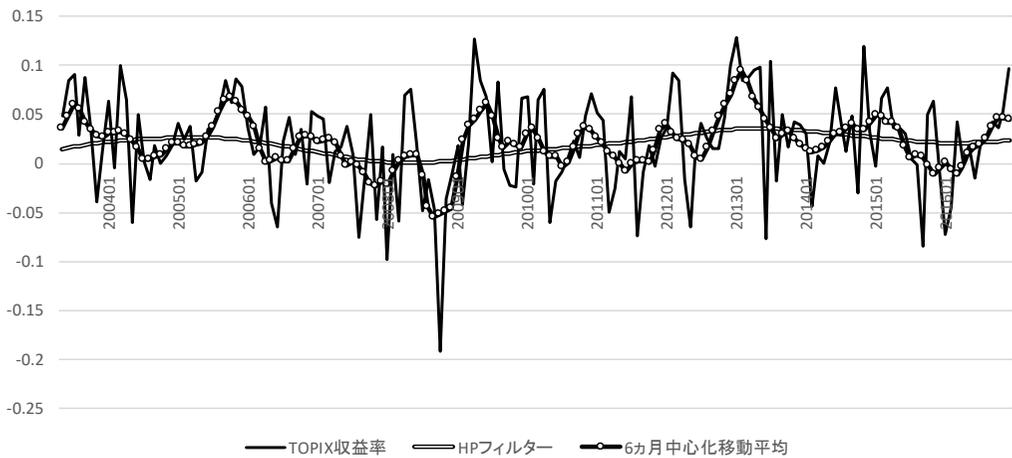


図 1. 実質株式収益率のトレンド成分：HP フィルターと 6 ヶ月中心化移動平均

出所：TOPIX（東京証券取引所）・CPI（総務省統計局）統計より筆者作成

表 6 は株式収益率の HP フィルターによるトレンド成分を r として用いたオイラー方程式 (7) 式の推計結果である。ここでは、実質消費データとして非耐久財消費とサービス消費を合計した系列に関する分析結果を報告する。ちなみに、非耐久財およびサービス消費ごとの推計も実施しており、概要としては表 6 の結果とほぼ同様である。表 6 によると、相対的危険回避度 ($RRA(c_i)$) は有意に推定されているものの、いずれのケースでもマイナスに計測されている。その他については、表 2~4 の結果とそれほど大きな差異は見受けられない。

一方、表 7 は株式収益率の 6 ヶ月中心化移動平均を r として用いたオイラー方程式 (7) 式の推計結果である。ここでも、表 6 と同様、実質消費データとして非耐久財消費とサービス消費を合計した系列に関するものを報告する。非耐久財およびサービス消費ごとの推計結果の概要も表 7 のものとほぼ同様である。選好パラメータの推定結果は表 2~4 のそれと大差はないものの、J テストについては過剰識別制約が棄却されている。すなわち、モデル全体の当てはまり具合は良好とはいえない。これらの追加分析から、貨幣効用を考慮した C-CAPM は日本の株式収益率の変動に対する説明力を有していないことが確認されたといえる。

表 6. オイラー方程式 (7) 式の推計結果 :

$r =$ 株式収益率の HP フィルタートレンド成分, $c =$ 非耐久財+サービス消費

マネー	GMM	β	$RRA(c_t)$	$WE(m_t)$	J-TEST
CA	Two-step	1.01274 (0.008) ***	-0.47475 (0.230) **	-13.09735 (3.110) ***	1.42825 [0.490]
		1.01261 (0.009) ***	-0.47518 (0.264) *	-13.10766 (3.461) ***	1.02979 [0.598]
	C-U	1.01467 (0.010) ***	-0.50811 (0.280) *	-13.92975 (3.687) ***	0.96412 [0.618]
CAD	Two-step	0.99924 (0.003) ***	-0.27544 (0.088) ***	-5.49271 (0.990) ***	8.56551 [0.014]
		0.99891 (0.003) ***	-0.27639 (0.079) ***	-5.03814 (0.796) ***	8.12968 [0.017]
	C-U	0.99964 (0.003) ***	-0.32617 (0.085) ***	-5.13761 (0.828) ***	7.86567 [0.020]
M1	Two-step	1.00062 (0.004) ***	-0.46820 (0.138) ***	-6.14073 (1.079) ***	2.98628 [0.225]
		1.00073 (0.004) ***	-0.47060 (0.149) ***	-6.21236 (1.165) ***	2.62564 [0.269]
	C-U	1.00276 (0.005) ***	-0.51688 (0.165) ***	-6.79291 (1.315) ***	2.43837 [0.295]
M1+QMA	Two-step	0.99596 (0.006) ***	-0.38461 (0.164) **	-9.20956 (2.606) ***	11.57743 [0.003]
		0.99522 (0.006) ***	-0.38382 (0.197) *	-9.63762 (2.985) ***	8.53712 [0.014]
	C-U	1.01376 (0.011) ***	-0.82005 (0.364) **	-18.02608 (5.198) ***	5.48396 [0.064]

注 (1) 推定期間：2003 年 5 月～2016 年 12 月

(2) ***：1%有意、**：5%有意、*：10%有意、() 内は推定値の標準誤差。

(3) J-TEST：過剰識別制約テストの検定統計量、[]内は p 値。

表 7. オイラー方程式 (7) 式の推計結果 :

$r =$ 株式収益率の 6 ヶ月中心化移動平均, $c =$ 非耐久財+サービス消費.

マネー	GMM	β	$RRA(c_t)$	$WE(m_t)$	J-TEST
CA	Two-step	1.02848 (0.026) ***	-0.70218 (0.454)	-20.26483 (10.652) *	8.89539 [0.012]
	Iterated	1.07740 (0.053) ***	-1.34360 (1.035)	-42.57720 (20.610) **	3.23263 [0.199]
	C-U	1.15073 (0.082) ***	-2.30135 (1.645)	-71.99478 (31.819) **	2.11001 [0.348]
CAD	Two-step	1.01417 (0.010) ***	-0.30896 (0.212)	-9.69007 (2.715) ***	12.26052 [0.002]
	Iterated	0.99305 (0.010) ***	-0.04687 (0.145)	-3.04122 (2.593)	11.73453 [0.003]
	C-U	0.81317 (0.060) ***	1.55838 (0.947)	42.04455 (16.966) **	8.48212 [0.014]
M1	Two-step	1.00741 (0.014) ***	-0.48224 (0.384)	-8.96092 (3.970) **	10.89072 [0.004]
	Iterated	0.98244 (0.008) ***	0.02230 (0.164)	-0.75418 (2.095)	11.05748 [0.004]
	C-U	0.97598 (0.008) ***	0.12628 (0.165)	1.05364 (2.030)	10.64688 [0.005]
M1+QMA	Two-step	0.98319 (0.009) ***	0.00304 (0.232)	-2.89318 (4.687)	10.38409 [0.006]
	Iterated	0.97631 (0.008) ***	0.12336 (0.173)	1.84210 (3.629)	10.59705 [0.005]
	C-U	0.97127 (0.008) ***	0.26250 (0.201)	5.38543 (3.857)	10.29062 [0.006]

注 (1) 推定期間：2003 年 5 月～2016 年 12 月

(2) ***：1%有意、**：5%有意、*：10%有意、() 内は推定値の標準誤差。

(3) J-TEST：過剰識別制約テストの検定統計量、[]内は p 値。

IV. おわりに

本稿の分析結果をまとめると、貨幣効用を考慮した C-CAPM は、株式収益率を用いた計量分析のもとでは、国債利回りをを用いた場合とは対照的に、あまり良好な実証的パフォーマンスを示していないことがわかった。すなわち、このモデルは日本の株式収益率の変動に対する説明力をもっておらず、エクイティ・プレミアム・パズルを解消する可能性を有するとはいえないという結果が得られた。

このような実証結果となった背景として、次のような事情が考えられる。先進国の国債などの安全資産は、株式をはじめとする危険資産よりも、資産選択上の流動性の位置付けの観点からみて、貨幣のポジションに比較的近傍に位置する資産である。換言すれば、貨幣効用を考慮した C-CAPM は危険資産価格よりも安全資産価格との間に一定の親和性を有しているといえる。したがって、このモデルは国債利回りの動きに対して一定の説明力をもっている一方で、株式収益率の変動に対してはそれほどの説明力を有していなかったと考えられる。詰まる所、貨幣効用を考慮した C-CAPM は、安全利子率パズルとエクイティ・プレミアム・パズルを統合的に解決するとはいえないというのが一つの帰結である。

ただし、このモデルについてはいまだ分析されていない論点が残されている。それは、貨幣残高に関するオイラー方程式の計量分析である。いうまでもなく、これは貨幣収益率に関する C-CAPM の計量分析を含意している。ただし、貨幣の収益率、裏返せば、貨幣の価値自体を実際のデータによって定量的に捉えるのは案外難しい問題である。貨幣価値をある概念として定義したのちに、そのような定義に含まれ得る暗黙的な部分も含めて数値化することは、現実的に様々な代理変数を用いて検証されなければならないという意味でひとつの独立した実証的問題である。これらの諸点については、稿を改めて取り組みたい。

引用文献、注

- 1) ただし、Poterbe and Rotemberg (1987) は貨幣需要関数研究の延長線上でなされたものであり、Ono et al. (2004) は Holman (1998) の分析をベースにしているものの、その主たる目的は小野 (1992) における理論モデルの実証である。
- 2) (3) 式と同様に、均衡貨幣収益率 (貨幣価値) の決定式である貨幣のオイラー方程式も導出される。この点については、森澤 (2017) を参照されたい。ただし、本稿では、危険資産価格の決定問題に焦点を当てるため、危険資産収益率の決定式である (3) 式を推計上の分析対象モデルとする。すなわち、ここでは貨幣収益率は分析の対象外のため、貨幣のオイラー方程式については取り上げないものとする。
- 3) M1+QMA は、旧マネーサプライ統計における M2 に相当する。ただし、現行のマネーストック統計では、M2 という系列名は旧統計の M2+CD との接続を考慮して公表されている系列に対して使われており、ここではそれとの混乱をさけるために M1+QMA という表記を採用している。
- 4) Two-step GMM および Iterated GMM の詳細については、羽森 (2007) を参照されたい。
- 5) HP フィルターは Hodrick and Prescott (1980, 1997) によって提案され、時系列データのトレンド成分とサイクル (循環) 成分の分解手法として広く用いられている。なお、ここでの HP フィルターの調整パラメータ λ は月次データで推奨されている $\lambda = 14,400$ を用いた。ただし、HP フィルターは統計学的な問題点を含むことが研究者によって指摘されている。例えば、Hamilton (2016) は、HP フィルターが元のデータ生成過程に基づかない見せかけの動的関係をもつ系列を生み出す事実を統計学的な定式化によって示すとともに、 d 次和分系列の $t+h$ 時点の変数を、 t を含む直近 d 期の変数によって自己回帰するという代替的な方法を提案している。本分析に当たって、この手法を試みたが、ここで用いられている短期視野の株式収益率は非常に激しい鋸歯状の変動を伴い、かつ、0 次和分 (定常) 過程である可能性が高いため、Hamilton (2016) の線形回帰法ではあまりうまくトレンド成分を抽出することはできなかった。したがって、本稿では、統計学的にみて問題はあるものの広く経済分析で利用されている HP フィルターを用いるとともに、6 ヶ月中心化移動平均のような記述統計的な方法も併せて利用することにした。

参考文献

- 小野善康 (1992)、『貨幣経済の動学理論』、東京大学出版会。
- 日本銀行調査統計局 (2016)、「消費者物価の消費税調整済み値の試算方法」、日本銀行 HP (https://www.boj.or.jp/research/research_data/cpi/data/cpishisan.pdf)。
- 羽森茂之 (2007)、「回帰モデルの推定 (2)：一般化積率法、操作変数法、非線形推定」、蓑谷千鳳彦・縄田和満・和合肇編『計量経済学ハンドブック』第 6.2 節、朝倉書店、pp.185-207。
- 森澤龍也 (2017)、「流動性と安全利子率決定—貨幣効用を考慮した C-CAPM の推定—」、『流通科学大学論集 経済・情報・政策編』、第 26 巻第 1 号、pp.15-33。
- Arrow, K. J. (1951)，“Alternative Approaches to the Theory of Choice in Risk-Taking Situations,” *Econometrica* 19 (4), pp.404-437.
- Baba, N. (2000)，“Exploring the Role of Money in Asset Pricing in Japan: Monetary Considerations and Stochastic Discount Factors,” *Monetary and Economic Studies* 18 (2), pp.159-198.
- Finn, M. G., D. L. Hoffman and D. E. Schlagenhauf (1990)，“Intertemporal Asset-Pricing Relationships in Barter and

- Monetary Economics,” *Journal of Monetary Economics* 25 (3) , pp.431-451.
- Hamilton, J. D. (2016) , “Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter,” mimeo. (Revised: May 13, 2017, <http://econweb.ucsd.edu/~jhamilto/hp.pdf>)
- Hansen, L. P., J. Heaton and A. Yaron (1996) , “Finite-Sample Properties of Some Alternative GMM Estimators,” *Journal of Business & Economic Statistics* 14 (3) , pp. 262-280.
- Hodrick, R. J. and E. C. Prescott (1981) , “Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation,” working paper, Northwestern University.
- Hodrick, R. J. and E. C. Prescott (1997) , “Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation,” *Journal of Money, Credit and Banking* 29 (1) , pp. 1-16.
- Holman, J. A. (1998) , “GMM Estimation of a Money-in-the-Utility-Function Model: The Implications of Functional Forms,” *Journal of Money, Credit and Banking* 30 (4) , pp.679-698.
- Mehra, R. and E. C. Prescott (1985) , “The Equity Premium: A Puzzle,” *Journal of Monetary Economics* 15 (2) , pp.145-161.
- Newey, W. K. and K. D. West (1987) , “A Simple, Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix,” *Econometrica* 55 (3) , pp. 703-708.
- Ono, Y., K. Ogawa and A. Yoshida (2004) , “The Liquidity Trap and Persistent Unemployment with Dynamic Optimizing Agents: Empirical Evidence,” *Japanese Economic Review* 55 (4) , pp.355-371.
- Poterbe, J. M. and J. J. Rotemberg (1987) , “Money in the utility function: an empirical implementation,” in W. B. Barnett and K. Singleton eds., *New Approaches to Monetary Economics: Proceedings of the Second International Symposium in Economic Theory and Econometrics*, Chapter 10, Cambridge: Cambridge University Press, pp.219-240.
- Pratt, J. W. (1964) , “Risk Aversion in the Small and in the Large,” *Econometrica* 32 (1-2) , pp.122-136.
- Stock, J. H. and J. H. Wright (2000) , “GMM with Weak Identification,” *Econometrica* 68 (5) , pp. 1055-1096.
- Weil, P. (1989) , “The Equity Premium Puzzle and the Risk-Free Rate Puzzle,” *Journal of Monetary Economics* 24 (3) , pp.401-421.