流通科学大学論集―経済・情報・政策編―第 27 巻第 1 号，1-13（2018）

C-CAPM における貨幣価値決定と物価期待形成

Inflation Expectations and Money Value Determinant in C-CAPM

森澤　龍也*
Tatsuya Morisawa

本稿では、貨幣の存在を明示的に導入した C-CAPM に基づいて、均衡貨幣収益率としての期待物価変化率の決定メカニズムを考察する。このモデルから、自然利子率（均衡実質利子率）が物価期待形成に中立的である基準（期待中立金利）を求めることができる。自然利子率の水準に合わせた市場名目金利の政策的な引き下げが期待インフレ形成に有効的か否かは、自然利子率と期待中立金利の関係によって左右される。
キーワード：C-CAPM、貨幣効用（MIU）、期待物価変化率（期待インフレ率）、自然利子率

Ⅰ．はじめに

本稿は、貨幣保有（流動性）から得られる効用を考慮した「消費に基づく資産価格決定モデル（Consumption-based Capital Asset Pricing Model: 以下、C-CAPM と表記）」に基づいて、貨幣価値の決定問題を定式化し、このモデルにおける物価期待形成のメカニズムを経済理論的に考察する。

Lucas（1978）や Breeden（1979）を嚆矢とする C-CAPM は、代表的家計の動学的行動から得られた最適化条件に基づいて資産収益率（資産価格）の変動を分析するモデルである。このモデルの開発当初の段階では、モデルの基本構造は新古典派経済学のフレームワークに従って、実物経済における消費の最適化問題として定式化されていた。このため、そのようなモデルの特性上、貨幣の存在や物価変動がモデルのなかで明示的に取り扱われてはいなかった。その後、Poterbe and Rotemberg（1987）、Finn, Hoffman and Schlagenhauf（1990）、Holman（1998）、Baba（2000）などによって、C-CAPM のフレームワークに貨幣の存在を明示的に導入するモデルが提示された [1)]。ただし、これらの先行研究は、当該モデルの実証的なパフォーマンスに主たる関心があり、このモデルが貨幣価値の決定にどのような含意をもつのかといった論点については特に考察されてこなかった。

そこで本稿では、MIU（money-in-utility）型選好を考慮した C-CAPM に基づく貨幣価値の決定構造を経済理論的に明らかにする。経済学の基本概念の一つとしてよく知られている通り、貨幣

---

*流通科学大学経済学部、〒651-2188　神戸市西区学園西町 3-1
（2018 年 3 月 29 日受理）

価値は一般物価水準の逆数に等しい。このような認識のもとでは、貨幣の収益率は物価変化率（インフレ率）として捉えられることになる。換言すれば、貨幣収益率の決定構造とはすなわち、物価変化率の決定構造を意味する。そうすると、C-CAPM によって均衡実質資産収益率の決定メカニズムが導出されるというアナロジーから、貨幣の存在を明示的に考慮した C-CAPM から均衡貨幣収益率としての期待物価変化率の決定メカニズムを求めることができる。本分析の着目点はこのような見通しにある。すなわち、C-CAPM から得られる貨幣価値決定要因を援用することで、異時点間の最適貯蓄行動の観点から期待物価変化率の形成構造を考察しようというのが、本分析の主眼にある。具体的な分析に先立ち、本稿の分析結果を簡潔に要約すると、次のようになる。このモデルから、物価期待形成に中立的である自然利子率の基準を求めることができる。この基準率を本稿では便宜上、期待中立金利と呼んでいる。そして、自然利子率の水準に合わせた金融緩和が期待インフレ形成に効果を有するか否かは、この期待中立金利と自然利子率との関係に依存する。

本稿の構成は次の通りである。第Ⅱ節では、貨幣の存在を明示的に組み込んだ C-CAPM を定式化する。その際、Baba（2000）に従い、最適化の操作変数として、消費・資産保有量については実質変数、貨幣保有量については名目変数を用いる。また、貨幣保有に伴う機会費用がモデルの表面に現れるような定式化の方法を提示する。第Ⅲ節では、このモデルから自然利子率（均衡実質利子率）および期待物価変化率（均衡貨幣収益率）の決定メカニズムを導出し、物価期待形成の決定構造について考察する。第Ⅳ節では、本稿の議論をまとめる。

Ⅱ．貨幣効用を考慮した C-CAPM

本節では、C-CAPM のフレームワークを用いて、本来の分析対象である資産価格決定問題と同時に、貨幣価値決定問題を定式化し、その含意を考察するための基本モデルを提示する。以下のモデルの定式化で用いられる記号は下記の通りである。すなわち、ρ（$\in(0, \infty)$; 定数）：時間選好率、$\beta \equiv 1 / (1 + \rho)$　（$\beta\in(0, 1)$; 定数）：主観的割引率、c_t：t 期における家計の実質消費、b_t：t 期初（t-1 期末）における家計の実質債券保有量、M_t：t 期初（t-1 期末）における家計の名目貨幣（流動性）保有量、P_t：t 期における一般物価水準、$m_t = M_t / P_t$：t 期初（t-1 期末）における家計の実質貨幣保有量、w_t：t 期における家計の非資産所得（実質賃金）、r_t：t 期における実質債券利回り（実質利子率）、r_n：自然利子率（中立金利）、$E_t(\cdot)$：t 期において利用可能な情報集合に基づく条件付期待値演算子、$\varphi_t \equiv c_t / m_t$：消費貨幣比率、$g_{x,t} \equiv x_t / x_{t-1} - 1$：$t$ 期における変数 x_t の変化率、である。

また、本分析では、時点効用関数として、貨幣効用を考慮した MIU 型の関数 $u(c_t, m_t)$ を用いる。なお、限界効用などの効用導関数の表記については、

$$u_c(c_t, m_t) \equiv \partial u(c_t, m_t) / \partial c_t,\ u_{cc}(c_t, m_t) \equiv \partial^2 u(c_t, m_t) / [\partial c_t]^2,\ u_m(c_t, m_t) \equiv \partial u(c_t, m_t) / \partial m_t,$$

$u_{cm}(c_t, m_t) \equiv \partial^2 u(c_t, m_t) / [\partial c_t\, \partial m_t]$,

と定義する。

１．実物変数と名目貨幣を区別したモデル

本節では、貨幣効用を考慮した MIU 型の選好関係 $u(c_t, m_t)$ に基づき、代表的家計モデルの枠組みのもとで、資産価格および貨幣価値の決定問題を定式化する。すなわち、予算制約

$$b_{t+1} + \frac{M_{t+1}}{P_t} = (1+r_t)b_t + \frac{M_t}{P_t} + w_t - c_t \tag{1}$$

のもとで、代表的家計は現在（0 期）から将来にかけての消費と貨幣保有（流動性）から得られる期待効用の割引現在価値

$$E_0\left\{\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u\left(c_t, \frac{M_t}{P_t}\right)\right\} \tag{2}$$

が最大になるように消費と資産（債券・貨幣）保有を選択する、としよう。なお、t 期の予算制約(1)式において、名目貨幣残高は t 期初（M_t）および t 期末（M_{t+1}）のいずれの場合においても、t 期の一般物価 P_t で実質化されている。このような定式化の含意を確かめておく。(1)式を次のように書き換えよう。

$$\frac{M_{t+1} - M_t}{P_t} = (1+r_t)b_t - b_{t+1} + w_t - c_t \tag{1'}$$

(1')式の左辺に注目されたい。とどのつまり、貨幣価値は一般物価の逆数と等しくなるという、経済学における一般的な見解に基づくと、(1)式のような予算制約にある家計は、現時点（t 期）での貨幣価値（一般物価の逆数）で評価した貨幣残高増減 $(M_{t+1} - M_t) / P_t$ によって自らが保有する貨幣の実質的な価値を把握しているといえる。

次に、貨幣効用を考慮した時点効用関数 $u(c_t, m_t)$ を次のように特定化しよう。

$$u(c_t, m_t) = \frac{1}{1-\theta}\left(c_t^{\eta} m_t^{1-\eta}\right)^{1-\theta}, \quad 0 < \eta < 1 \ \ and \ \ \theta > 0. \tag{3}$$

この定式化は相対的危険回避度一定型（Constant Relative Risk Aversion: CRRA）効用関数をベースとしたものであり、時点効用のサービスフローについてはコブ=ダグラス型関数によって

$x_t \equiv c_t^{\eta} m_t^{1-\eta}$

と表現されている。したがって、パラメータ η はサービスフローにおける消費と流動性の代替度を表している。また、パラメータ θ は Arrow(1951)と Pratt(1964)の相対的危険回避度(relative risk aversion)の定義に基づくと、

$-u_{xx}(x_t) \cdot x_t / u_x(x_t) = \theta$

であり、当期サービスフロー全体の相対的危険回避度に相当することがわかる。すなわち、パラ

メータ θ は消費の相対的危険回避度ではないことに注意されたい。時点効用関数(3)式について、消費の相対的危険回避度 γ は、

$$\gamma \equiv -u_{cc}(c_t, m_t)\cdot c_t / u_c(c_t, m_t) = 1 - \eta(1-\theta) \tag{4}$$

によって与えられる。

本稿の MIU 型効用関数(3)式は、消費と貨幣が乗法的に取り扱われていることから、消費と貨幣の交差微分 $u_{cm}(c_t, m_t)$ が存在しうる。そこで、$u_{cm}(c_t, m_t) \geq 0$ のもとで、貨幣保有（流動性）が消費に対してもたらす資産効果（wealth effect）を次の弾力性

$$\omega \equiv u_{cm}(c_t, m_t)\cdot m_t / u_c(c_t, m_t) = (1-\eta)(1-\theta) \tag{5}$$

によって定式化することができる。この貨幣（流動性）の資産効果度 ω は、実質貨幣残高 1%の変化に対する消費の限界効用の変化割合を意味しており、弾力性概念によって資産効果度を捕捉しようとする定量可能な尺度である。

以上の設定に加えて、完全競争市場、すなわち、一般物価水準については個々の経済主体にとって所与であるという経済のもとで、家計は、実物市場で取引される消費・資産（債券）については、実質ベースで消費量・資産（債券）保有量を選択し、貨幣市場から名目量（貨幣単位）で供給される貨幣量については、名目ベースで選択するものと考える。換言すれば、最適化の操作変数として、消費・資産保有量については実質変数、貨幣保有量については名目変数を用いる [2)]。以上の諸条件のもとで、代表的家計の期待効用の割引現在価値に関する最大化問題を定式化すると、次の数学的問題になる。

$$\max_{c_t, b_{t+1}, M_{t+1}} \quad E_0\left\{\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t \frac{1}{1-\theta}\left[c_t^{\eta}\left(\frac{M_t}{P_t}\right)^{1-\eta}\right]^{1-\theta}\right\}$$

$$s.t. \quad b_{t+1} + \frac{M_{t+1}}{P_t} = (1+r_t)b_t + \frac{M_t}{P_t} + w_t - c_t$$

この最適化問題における一階の条件は、以下のようになる。

$$c_t: \quad \eta c_t^{-\gamma} m_t^{\omega} = \lambda_t \quad for \ \ t \in [0, \infty) \tag{6}$$

$$b_{t+1}: \quad E_t[\lambda_t - \beta\lambda_{t+1}(1+r_{t+1})] = 0 \quad for \ \ t \in [0, \infty) \tag{7}$$

$$M_{t+1}: \quad E_t\left\{\lambda_t\left(\frac{1}{P_t}\right) - \beta\left[\frac{(1-\eta)c_t^{1-\gamma}m_t^{\omega-1}}{P_{t+1}} + \frac{\lambda_{t+1}}{P_{t+1}}\right]\right\} = 0 \quad for \ \ t \in [0, \infty) \tag{8}$$

ただし、λ_t：ラグランジュ乗数、である。

(6)式と(7)式から、

$$E_t\left\{\beta\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma}\left(\frac{m_{t+1}}{m_t}\right)^{\omega}(1+r_{t+1}) - 1\right\} = 0 \tag{9}$$

が導出される。同様に、(6)式と(8)式から、

$$E_t\left\{\beta\left[\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma}\left(\frac{m_{t+1}}{m_t}\right)^{\omega}+\frac{\omega}{1-\gamma}\frac{c_{t+1}}{m_{t+1}}\right](1+g_{p,t+1})^{-1}-1\right\}=0 \tag{10}$$

が求められる。ただし、$g_{p,t+1} \equiv P_{t+1} / P_t - 1$：物価変化率（インフレ率）である。

(9)式および(10)式はオイラー方程式（Euler equation）と呼ばれている。(9)式は均衡資産収益率（均衡資産価格）の決定式であり、ここでは(10)式との区別のため、消費のオイラー方程式と呼ぶ。一方、(10)式は均衡貨幣収益率（均衡貨幣価値）の決定式であり、ここでは(9)式との区別のため、貨幣（流動性）のオイラー方程式と呼ぶ。

通常の C-CAPM では、貨幣の存在は明示的に考慮されることはないため、本稿のように貨幣のオイラー方程式(10)式が導出されることはない。そこで、(10)式の含意について、以下で言及しておこう。いま、貨幣価値 $q_{m,t}$ はその購買力、すなわち、一般物価水準の逆数に等しいとしよう。

$$q_{m,t} \equiv 1/P_t \tag{11}$$

そして、貨幣収益率 $r_{m,t}$ は貨幣価値 $q_{m,t}$ の変化率によって表される。

$$r_{m,t} \equiv q_{m,t} / q_{m,t-1} - 1 \tag{12}$$

このとき、貨幣収益率 $r_{m,t}$ は物価変化率 $g_{p,t}$ と次のような関係にあることがわかる。

$$\begin{aligned} 1+r_{m,t} &= (1+g_{p,t})^{-1} \\ &= (P_t / P_{t-1})^{-1} \end{aligned} \tag{13}$$

すなわち、貨幣の粗収益率は物価変化率（対前期比）の逆数と等しくなる。

この(13)式を用いると、貨幣のオイラー方程式(10)式は次のように表される。

$$E_t\left\{\beta\left[\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma}\left(\frac{m_{t+1}}{m_t}\right)^{\omega}+\frac{\omega}{1-\gamma}\frac{c_{t+1}}{m_{t+1}}\right](1+r_{m,t+1})-1\right\}=0 \tag{10'}$$

このように表現すると、(10)式が均衡貨幣収益率（均衡貨幣価値）の決定式になっているということが直接的に理解可能である。すなわち、貨幣収益率を確率的割引要素（stochastic discount factor）で現在価値に割り引くことで、均衡貨幣価値を求めることができる。ただし、貨幣価値と物価は表裏の関係にあるので、貨幣のオイラー方程式とは詰まる所、C-CAPM の文脈における均衡物価変化率（インフレ率）の決定式といえる。ちなみに、均衡貨幣価値の決定のための割引要素は、小野(1992)の流動性プレミアム（u_m / u_c）に相当する

$$u_m(c_{t+1}, m_{t+1}) / u_c(c_{t+1}, m_{t+1}) = [\omega/(1-\gamma)](c_{t+1}/m_{t+1}) \tag{14}$$

を時間選好率で割り引いたものと、(9)式における均衡資産価格（均衡資産収益率）の割引要素を合計したものになっている。流動性プレミアムは、家計の保有する貨幣がもたらす限界効用を、消費の限界効用で割ったものであり、貨幣がもたらす流動性サービスの心理的対価に相当する。これらをまとめると、均衡貨幣価値（均衡物価変化率）は、均衡資産価格の確率的割引要素、および、流動性プレミアムによって決定される。

２．貨幣の機会費用を表層的に組み込んだモデル

前節でのモデルは、最適化の操作変数について実物変数と名目貨幣を区別して取り扱ったことを除いて、通常の C-CAPM のフレームワークに忠実にしたがって導出されている。ただし、貨幣価値の決定構造を考察するに当たり､いまひとつ考慮されなければならない要因が残されている。それは、貨幣保有に伴う機会費用である。貨幣は、市場で取引されている財・サービスとは何にでも交換可能な流動性という便利なサービスをその保有者にもたらす。一方で、貨幣自体は何らの利子を生むことはないことから、貨幣の形で資産を保有している間はその分の資産運用収益を得る機会を逃してしまう。しかしながら、前節で導出された均衡貨幣価値の決定式(10)式には、貨幣の機会費用が明示的に考慮されていない。本節では、貨幣のオイラー方程式に直接、貨幣の機会費用を組み込んだモデルの導出を試みる。この目的のために前節までのモデル展開を以下のように再構成する。

この経済において、家計の t 期初（t-1 期末）における実質総資産 a_t は次のように表される。

$$a_t = b_t + m_t \tag{15}$$

この(15)式を用いると、予算制約(1)式は次のように書き換えられる。

$$a_{t+1} + \left(\frac{P_{t+1} - P_t}{P_{t+1}P_t}\right)M_{t+1} = (1+r_t)a_t - r_t\frac{M_t}{P_t} + w_t - c_t \tag{1''}$$

上の(1")式は、家計が資産保有の割合を決定する際に、名目貨幣保有量（流動性）に主たる焦点を当てた場合の予算制約式である。すなわち、t 期末（t+1 期初）時点における総資産のうち、利子収入を生まないものの高い流動性を有する貨幣に割り当てた後、それ以外の分を r_t (× 100%)の利率で収益を生む債券に配分している。そして、(1")式右辺第 2 項には、t 期初（t-1 期末）時点での貨幣保有に伴う機会費用 $-r_t(M_t/P_t)$ が計上されている。(1")式におけるこれらの特徴がこの後、貨幣のオイラー方程式に貨幣の機会費用を組み込むためのモデル展開において重要な役割を果たす。

以上の設定のもとで、代表的家計の期待効用の割引現在価値に関する最大化問題を再度、定式化すると、次の数学的問題になる。

$$\max_{c_t, a_{t+1}, M_{t+1}} \quad E_0\left\{\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\frac{1}{1-\theta}\left[c_t^{\eta}\left(\frac{M_t}{P_t}\right)^{1-\eta}\right]^{1-\theta}\right\}$$

$$s.t. \quad a_{t+1} + \left(\frac{P_{t+1} - P_t}{P_{t+1}P_t}\right)M_{t+1} = (1+r_t)a_t - r_t\frac{M_t}{P_t} + w_t - c_t$$

この最適化問題における一階の条件は、以下のようになる。

$$c_t: \quad \eta c_t^{-\gamma} m_t^{\omega} = \lambda_t \quad for \;\; t \in [0, \infty) \tag{16}$$

$$a_{t+1}: \quad E_t[\lambda_t - \beta\lambda_{t+1}(1 + r_{t+1})] = 0 \quad for \;\; t \in [0, \infty) \tag{17}$$

$$M_{t+1}:\quad E_t\left\{\lambda_t\left(\frac{P_{t+1}-P_t}{P_{t+1}P_t}\right)-\beta\left[\frac{(1-\eta)c_t^{1-\gamma}m_t^{\omega-1}}{P_{t+1}}-\lambda_{t+1}\left(\frac{r_{t+1}}{P_{t+1}}\right)\right]\right\}=0\quad for\ \ t\in[0,\infty) \tag{18}$$

ただし、λ_t：ラグランジュ乗数、である。

(16)式と(17)式から、(9)式と同値の消費のオイラー方程式が導出される。そして、(16)式と(18)式から、貨幣のオイラー方程式

$$E_t\ \{\ \beta\ [\ (\omega/(1-\gamma))\ \varphi_{t+1}-(1+g_{c,t+1})^{-\gamma}\ (1+g_{m,t+1})^{\omega}\ (r_{t+1})\ ]\ (g_{p,\,t+1})^{-1}-1\}=0 \tag{19}$$

が求められる。ただし、$g_{c,t+1}\equiv c_{t+1}/c_t-1$：実質消費成長率、$g_{m,t+1}\equiv m_{t+1}/m_t-1$：実質貨幣成長率、$\varphi_{t+1}\equiv c_{t+1}/m_{t+1}$：消費貨幣比率、である。

結局のところ、貨幣のオイラー方程式とは、この経済における物価変化率（インフレ率）の決定式であることがわかる。(19)式の含意についてより具体的に確認するために、貨幣のオイラー方程式における確率的割引要素を取り出すと、下記のように表される。

$$\text{(19)式の確率的割引要素}\ =\beta\,[\omega/(1-\gamma)]\ \varphi_{t+1}+\beta\ (1+g_{c,t+1})^{-\gamma}\ (1+g_{m,t+1})^{\omega}\times(-\ r_{t+1}) \tag{20}$$

MIU 型選好を考慮した C-CAPM のフレームワークに基づくと、定常状態（均衡）におけるインフレーションは、①（時間選好率で割り引かれた）流動性プレミアム（＝(20)式右辺第 1 項)、②均衡資産価格の確率的割引要素（＝(20)式右辺第 2 項の乗法記号より前部分)、および、③貨幣の機会費用（＝(20)式右辺第 2 項の乗法記号より後部分)、の諸要因によって非線形的に決定される。

Ⅲ．貨幣価値の決定と期待物価変化率の形成

１．自然利子率（均衡実質利子率）の決定

消費のオイラー方程式(9)式は、新古典派成長モデルの文脈に従うと、消費および資産供給の経路が与えられたもとでの均衡実質利子率の決定式である。いうなれば、この経済において、(9)式によって決定される実質利子率は、いわゆる自然利子率（中立金利）に相当する。したがって、(9)式を自然利子率に関するオイラー方程式として書き換えると、次のように表すことができる。

$$E_t\ [\ (1+g_{c,t+1})^{-\gamma}\ (1+g_{m,t+1})^{\omega}\ ]\ (1+r_n)\ /\ (1+\rho)=1 \tag{21}$$

ただし、r_n：自然利子率（中立金利)、である。

この(21)式を自然利子率 r_n で整理し直したオイラー方程式

$$r_n=(1+\rho)\ E_t\ \{\ [\ (1+g_{c,t+1})^{-\gamma}\ (1+g_{m,t+1})^{\omega}\ ]^{-1}\ \}-1$$

についてテイラー展開して非条件付き期待値をとると、次のような近似的関係が得られる [3)]。

$$r_n\approx\rho+\gamma\ E(g_c)-0.5\ \gamma(1+\gamma)\ Var(g_c)-\omega\ E(g_m)-0.5\ \omega(\omega-1)\ Var(g_m)+\gamma\ \omega\ Cov(g_c,\ g_m) \tag{22}$$

ただし、$E(\cdot)$：（非条件付き）期待値演算子、$Var(\cdot)$：（非条件付き）分散演算子、$Cov(\cdot)$：（非条件付き）共分散演算子、である。

(22)式はこの経済における自然利子率の決定メカニズムを表している。すなわち、自然利子率の決定要因は、①時間選好率（右辺第 1 項)、②実物経済要因（右辺第 2・3 項)、③貨幣要因（右

辺第 4・5 項)、④実物経済と貨幣の相関関係（右辺第 6 項)、⑤相対的危険回避度（右辺第 2・3・6 項)、⑥貨幣の資産効果（右辺第 4・5・6 項)、から成ることがわかる。

２．均衡貨幣価値（期待インフレ）の決定

第Ⅱ. 2 節での議論より、貨幣のオイラー方程式(19)式は、この経済における物価変化率（インフレ率）の決定式である。本節では、前節にて消費のオイラー方程式(9)式から自然利子率の決定メカニズム(22)式を導出した方法を用いて、C-CAPM における物価変化率の決定構造を明らかにする。具体的なモデルの展開に先立ち、家計の期待形成に関して次の仮定を置く。

仮定 1：　家計は物価動向に関する期待（予想）を合理的に形成する。

$$E_t\,(g_{p,t+1}) = E(g_p) \equiv g^e{}_p \tag{23}$$

仮定 2：　消費貨幣比率 φ_t は長期的に定数 φ に収斂する。

$$E_t\,(\varphi_t) = E(\varphi_t) = \varphi \tag{24}$$

仮定 3：　家計の金利期待（予想）は長期的に自然利子率 r_n と等しくなるように形成される。

$$E_t\,(r_t) = E(r_t) = r_n \tag{25}$$

以上の諸仮定のもとで、(19)式を下記のように書き換えたオイラー方程式

$$E_t\,\{\,\beta\,[\,(\omega/(1-\gamma))(1+g_{c,t+1})(1+g_{m,t+1})^{-1}\varphi_t - (1+g_{c,t+1})^{-\gamma}\,(1+g_{m,t+1})^{\omega}\,(r_{t+1})\,]\,(g_{p,\,t+1})^{-1} - 1\} = 0$$

をテイラー展開して、非条件付き期待値をとった関係式について、(22)式を用いて整理すると、次のような近似的関係が得られる [4)]。

$$g^e{}_p \approx (r_n\,/\,\Psi)(r_n - \Psi) \tag{26}$$

ただし、

$$\Psi \equiv \rho - E(g_c) + E(g_m) - Var(g_m) + Cov(g_c,\,g_m) \tag{27}$$

である。

(26)式はこの経済における期待物価変化率（期待インフレ率）の決定メカニズムを表している。すなわち、期待物価変化率 $g^e{}_p$ は、自然利子率 r_n と定数 Ψ によって決定される。より厳密には、r_n は(22)式に示されている諸要因によって決定されることから、$g^e{}_p$ の決定構造には、自然利子率の決定要因が同時に組み込まれている。

３．物価期待の形成と自然利子率

以上のモデル展開を踏まえて、MIU 型選好のもとで貨幣の機会費用を直接考慮した C-CAPM において、期待物価変化率（期待インフレ率）と自然利子率の間には、どのような関係があるといえるだろうか。この点に関して、期待物価変化率の決定メカニズム(26)式が定常均衡近傍では近

似的ではなく等号関係として成立すると仮定したうえで、期待物価変化率の自然利子率に関する導関数を求めると、次のような命題が得られる。

命題 1： 期待物価変化率 $g^e{}_p$ が、自然利子率 r_n および定数 Ψ から成る次の関係

$$g^e{}_p = (r_n / \Psi)(r_n - \Psi)$$

に従い形成される定常均衡状態にある経済を仮定する。このとき、期待物価変化率 $g^e{}_p$ の自然利子率 r_n に関する導関数は、次のような関係を満たす。

$$dg^e{}_p / dr_n = 2(r_n / \Psi) - 1 \gtreqless 0 \quad \Leftrightarrow \quad r_n \gtreqless 0.5\Psi \tag{28}$$

この命題より、次のような事実がわかる。第 1 に、自然利子率の水準が定数 Ψ の半数に等しいとき（$r_n = 0.5\Psi$）、自然利子率の変化は物価期待形成の動向に対して中立である（$dg^e{}_p / dr_n = 0$）。なお、自然利子率とは「実際」の景気変動および物価変動に対して中立的な金利水準のことである。ここでの命題が意味するところは、定数 0.5Ψ に等しくなる場合の自然利子率は、経済主体による物価変動の「期待」形成過程に対して中立であるということである [5)]。したがって、定数 0.5Ψ はこのような経済主体の期待形成過程に中立的という意味で、自然利子率の基準率であるといえる。そこで、ここでは便宜上、定数 0.5Ψ を「期待中立金利」と呼ぶことにする。

第 2 に、自然利子率が物価期待形成に与える影響の符号関係は、自然利子率と期待中立金利 0.5Ψ の間の大小関係に依存する。これらの結果は金融政策に対してある重要な含意を与える。例えば、次のような状況を考えてみよう。いま、金融政策当局は政府とのデフレーションからの脱却のための政策協定のもと、期待インフレを発生させるための金融緩和政策の一環として、市場名目金利（政策金利）をゼロまで引き下げている。いうなれば、この経済は現在、ゼロ金利制約に直面している。このような環境のなかで、この経済における自然利子率がマイナスになった。政府や金融政策当局はどのような対策を採ろうとするだろうか。

この経済では、デフレーションおよびゼロ金利制約のもとで市場実質金利がプラスになっている。素直にみると、実質金利のうえでは金融市場は引き締められた状態である。政府や金融政策当局としては、一段の金融緩和を模索するところであろう。さて、この経済では、市場名目金利に下限があると意識される流動性の罠のような状況にはなく、また、国債などの安全資産が希少になっており、このような資産の収益率（利回り）がマイナスになりうるとしよう。ここで金融政策当局が採り得る一つの政策案は、マイナスの自然利子率に合わせて市場名目金利をマイナスに誘導する「マイナス金利政策」を導入することである。それでは、本稿の命題が成立する状況下で、この政策によってインフレ期待を発生させることは可能であろうか。

上記の命題が成立しているもとでは、自然利子率に合わせる形で政策金利をゼロからマイナスに下げたとしても、期待インフレが常に発生するとは限らない。金融緩和によって期待インフレ

が発生する（$dg^e_p / dr_n < 0$）のは、自然利子率が期待中立金利を下回る（$r_n < 0.5\Psi$）ときである[6)]。逆の状況（$r_n > 0.5\Psi$）のもとでは、金融緩和によってむしろ期待デフレが進行する（$dg^e_p / dr_n > 0$）ことになる[7)]。いうまでもなく、自然利子率が期待中立金利と一致する場合（$r_n = 0.5\Psi$）は、自然利子率の水準に合わせて政策金利をマイナス化しても、残念ながら、そもそも金融緩和によって期待物価形成に影響を与えることができない（$dg^e_p / dr_n = 0$）のである[8)]。この命題がもたらすデフレ対策としてのマイナス金利政策への政策的含意は次のようにまとめられる。すなわち、期待インフレを発生させるという意味での金融緩和政策の有効性の如何は、経済主体の選好、および、実体経済や貨幣などの諸要因によって決定されるところの自然利子率と期待中立金利との関係によって左右される。

Ⅳ．おわりに

本稿の主たる分析結果をまとめると、次のように整理される。MIU 型選好および貨幣の機会費用を明示的に考慮した C-CAPM のもとでは、第 1 に、自然利子率について、物価期待形成に中立的な基準率（期待中立金利）を求めることができる。第 2 に、自然利子率が期待物価形成に与える影響の符号関係は、自然利子率と期待中立金利の間の大小関係に依存する。したがって、このようなモデルがもたらす含意は、自然利子率の水準に合わせて政策金利を変更するような金融政策が期待インフレ形成に対して常に有効的であるとは限らない、ということである。

日本では、本稿執筆時点（2018 年 3 月現在）に至るまでに、デフレーションからの脱却を目指して、歴史上類例を見ない大規模な金融緩和政策が実施されている。日本銀行は、2013 年 3 月に就任した黒田東彦総裁のもとで、量的・質的金融緩和（QQE）政策（2013 年 4 月～2016 年 1 月）、マイナス金利付き量的・質的金融緩和政策（2016 年 1 月～2016 年 9 月）、長短金利操作付き量的・質的金融緩和政策（2016 年 9 月～）というように手を変え品を変えて緩和策に取り組んでいる。

なかでも、2016 年 1 月から、金融機関が保有する日本銀行当座預金の一部に－0.1％のマイナス金利を適用するという、いわゆる「マイナス金利政策」を導入したことは、現在に至るまで論争の対象となっている。例えば、この政策への批判的な論者の多くは、金融機関の収益基盤や年金運用に対する悪影響を懸念している。その一方で、この政策に一定の理解を示す論者は、自然利子率（中立金利）がマイナス金利化した可能性に言及している[9)]。このような可能性が現実のものとなっていると主張する立場からは、次のような政策提言がなされる。すなわち、実際の自然利子率がマイナス化しているもとで、政策金利がゼロ以上の水準にある状況は金融を引き締めているに等しく、負の自然利子率に合わせて実際の金利をマイナス方向に誘導し、デフレ脱却を実現しなければならない。その整然とした論旨を虚心坦懐に眺めれば、このような論調となるのも宣なるかなという感を抱かれるかもしれない。

ここで問題となるのは、金利の水準をひたすら下げ続ければ、経済主体の物価期待形成にいつ

でもプラスの影響を与えることができるのかということである。もし本稿の命題が成立しているとすれば、残念ながらこのような政策は常に有効性をもつとはいえない。ここで、政策当局は自然利子率の水準に合わせて政策金利を決定していると仮定しよう。(28)式より、自然利子率が期待中立金利を下回るとき、政策金利の引き下げによって期待物価変化率をインフレーション（プラス）の方向に誘導できる。一方で、自然利子率が期待中立金利を上回るような状況では、逆に金融緩和によって期待物価変化率はデフレーション（マイナス）の方向に向かう。ただし、(27)式より、期待中立金利の核となる定数 Ψ は時間選好率、実体経済要因および貨幣要因によって決定される。すなわち、期待中立金利はその時々の経済環境によって変化する。

以上の議論から、政策金利を自然利子率の水準に合わせて決定するという政策的対応によって、必ずしもデフレ脱却が実現するとはかぎらないことになる。繰り返しになるが仮に、自然利子率が期待中立金利よりも低い（$r_n < 0.5\Psi$）ほどの低金利環境に経済が陥っている場合では、金融緩和によって期待インフレを発生させることは可能である。一方で、自然利子率が期待中立金利よりは高い（$r_n > 0.5\Psi$）水準にある場合、デフレ対策として求められるのは、自然利子率 r_n の確実なプラス化を目指すことである。この場合、(22)式に従うと、経済主体の将来不安の解消（選好パラメータ ρ , γ への影響）、資産選択における現預金偏重の解消（ω, $E(g_m)$の低下）、成長戦略による実体経済回復への取り組み（$E(g_c)$の上昇）が、遠回りながら最終的なデフレ脱却への最も効果的な対策であるといえる。ただし、本稿では、r_n と Ψ について実証的に明らかにしていない。この残された実証的課題については、稿を改めて取り組みたい。

引用文献、注

1）厳密にいえば、Poterbe and Rotemberg（1987）は、C-CAPM に貨幣の存在を導入することを企図した研究ではなく、貨幣需要関数研究の延長線上でなされたものである。ただし、彼らによって導出されたモデルは C-CAPM における定式化とほぼ同値であり、ここでは彼らの研究も貨幣を組み込んだ C-CAPM の先行研究として紹介している。

2）このような取り扱いは、Baba（2000）に基づいている。ただし、Baba（2000）では、本稿のような背景に関する明示的な説明はなされておらず、数学的な取り扱いに留まっている。

3）(22)式の導出にあたって、ρ については原点周りで 1 次の展開、$g_{c,t+1}$, $g_{m,t+1}$ については原点周りで 2 次の展開を行っている。また、$[E_t(g_{x,t+1})]^2 \cong 0$ と仮定して、$E_t(g^2_{x,t+1})$ を $Var_t(g_{x,t+1})$ に置き換え、$E_t(g_{x,t+1}) \cdot E_t(g_{y,t+1}) \cong 0$ と仮定し、$E_t(g_{x,t+1} \cdot g_{y,t+1})$ を $Cov_t(g_{x,t+1}, g_{y,t+1})$ に置き換えている。なお、この導出に当たって、齊藤（2006）の第 3 章における導出過程を参考にしている。

4）(26)式の導出にあたって、ρ については原点周りで 1 次の展開、r_{t+1} については r_n の周りで 1 次の展開、$g_{c,t+1}$, $g_{m,t+1}$ については原点周りで 2 次の展開、$g_{p,t+1}$ については $g^e{}_p$ の周りで 2 次の展開を行っている。

5）自然利子率（natural rate of interest）とは、スウェーデンの経済学者ヴィクセル（J. Wicksel）によって提唱

された概念で、元々は貯蓄と投資を均等させる利子率として提示された。ヴィクセルによれば、自然利子率と市場利子率（貨幣利子率）の不均衡によって物価変動が起こる（『有斐閣経済辞典（第 5 版）』p.154）。現代の経済理論モデルでは、モデル体系における均衡実質利子率を自然利子率と呼ぶことが多い。また、自然利子率は景気に対して中立という意味で中立金利とも呼ばれており、「インフレーションを加速も減速もさせない」［岩田・左三川（2016, p.17）］均衡金利という意味でも使われる。ただし、ここでいうインフレーションとは実際に実現した物価変動のことであり、経済主体によって予想（期待）される期待インフレーションのことではない。すなわち、本稿のモデルは、自然利子率が貨幣価値決定メカニズムを通じて経済主体による物価の「期待」形成にどのような影響をもたらし得るのかを考察している点に特徴があるといえる。

6）ただし、$r_n < 0.5\Psi$ の場合、自然利子率の上昇を図るような政策は逆に期待デフレを発生させる。すなわち、この状況下では、成長戦略のような構造改革型の政策は期待インフレ形成策としては逆効果になってしまう。

7）$r_n > 0.5\Psi$ の場合、自然利子率を引き上げるような政策がインフレ期待を発生させる。このような状況下では、構造改革型の成長政策がインフレ期待形成のための対策として有効であることを示唆している。

8）換言すれば、$r_n = 0.5\Psi$ の場合、自然利子率の引き上げを目指す構造改革型の政策もインフレ期待形成のための対策としては無効である。

9）例えば、岩田・左三川（2016）を参照されたい。

参考文献

岩田一政・左三川郁子(2016)、『マイナス金利政策』、日本経済新聞出版社。

小野善康(1992)、『貨幣経済の動学理論』、東京大学出版会。

齊藤誠(2006)、『新しいマクロ経済学（新版）』、有斐閣。

Arrow, K. J. (1951), “Alternative Approaches to the Theory of Choice in Risk-Taking Situations,” *Econometrica* 19(4), pp.404-437.

Baba, N. (2000), “Exploring the Role of Money in Asset Pricing in Japan: Monetary Considerations and Stochastic Discount Factors,” *Monetary and Economic Studies* 18(2), pp.159-198.

Breeden, D. T. (1979), “An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities,” *Journal of Financial Economics* 7(3), pp.265-296.

Finn, M. G., D. L. Hoffman and D. E. Schlagenhauf (1990), “Intertemporal Asset-Pricing Relationships in Barter and Monetary Economies,” *Journal of Monetary Economics* 25(3) [Vol.25, Iss. 3], pp.431-451.

Holman, J. A. (1998), “GMM Estimation of a Money-in-the-Utility-Function Model: The Implications of Functional Forms,” *Journal of Money, Credit and Banking* 30(4), pp.679-698.

Lucas, R. E., Jr. (1978), “Asset Prices in an Exchange Economy,” *Econometrica* 46(6), pp.1429-1445.

Poterbe, J. M. and J. J. Rotemberg (1987), “Money in the utility function: an empirical implementation,” in W. B. Barnett and K. Singleton eds., *New Approaches to Monetary Economics: Proceedings of the Second International*

Symposium in Economic Theory and Econometrics, Chapter 10, Cambridge: Cambridge University Press, pp.219-240.

Pratt, J. W. (1964), "Risk Aversion in the Small and in the Large," *Econometrica* 32(1-2), pp.122-136.