流通科学大学論集―経済・情報・政策編―第 28 巻第 1 号，1-14（2019）

流動性プレミアムと期待物価形成
― 貨幣効用（MIU）を考慮した C-CAPM に基づく考察 ―

Inflation Expectations in C-CAPM Considering Liquidity Premium

森澤　龍也*
Tatsuya Morisawa

流動性プレミアムが長期的に正の定数となる場合、期待物価変化率は実物経済・貨幣などの複合的な要因によって形成されるが、その符号条件は確定しない。流動性プレミアムが長期的にゼロとなる場合、貨幣要因は期待物価の正の形成要因として影響を与える。後者についてさらに加法分離的な MIU 型選好を仮定すると、実物経済要因が期待物価の決定要因として影響を与える一方で、貨幣要因は期待物価形成に全く影響を及ぼさなくなる。

キーワード：C-CAPM、流動性プレミアム、MIU（money-in-utility）、自然利子率、期待物価変化率

Ⅰ．はじめに

日本では、1990 年代後半から長期間にわたるデフレーションに陥り、そのための政策的対応として金融政策の諸手法が試みられてきた。日本銀行は 1999 年 2 月に無担保コール翌日物金利をゼロ％に誘導するゼロ金利政策に踏み切って以降、2016 年 1 月には遂に日本銀行当座預金の一部に－0.1％の金利を設定したマイナス金利政策を実施した [1)]。かつては理論上の思考実験とされてきたマイナス金利が現実のものとなったのである。このような政策的努力にもかかわらず、本稿執筆時点（2019 年 3 月）で日本のデフレ期待が解消されたとは言い難い。

このとき改めて頭に浮かぶのは、利子率には流動性選好（貨幣需要）が無制限となる下限が存在するという「流動性の罠（liquidity trap）」の議論である。行き着くところまで金利水準を下げた結果として経済が流動性の罠に陥ったとすれば、資金の大半が現預金保有という形で退蔵されてしまい、さらなるデフレ期待を惹起し兼ねないことが懸念される。

小野（1992）の理論分析によると、流動性選好が非飽和的である場合、流動性プレミアムは正の定数をもつ。このような経済では、流動性の罠が恒久的に発生してしまい、金融政策は有効性を失ってしまう。一方で、新古典派モデルのように流動性選好が漸近的に飽和状態となる場合、流動性プレミアムはゼロとなる。後述するが、これは横断性条件と矛盾するため、このような経

*流通科学大学経済学部、〒651-2188　神戸市西区学園西町 3-1

（2019 年 3 月 7 日受理）

済が流動性の罠に陥る可能性は理論的に排除されることになる。

ただし、流動性選好が非飽和的であるか否かによって、期待物価の形成過程がどのような特徴をもつのかについてはあまり論じられてきてはいない。その一方で、現行の金融政策を鑑みるに、期待物価変化率の形成過程を考察する重要性は高まっている。これまでの大規模な金融緩和において日本銀行が特に意識していたことは、人々の期待（予想）に働きかけるということである。実際、日本銀行は 2013 年 4 月、量的・質的金融緩和政策（QQE）の導入に当たって次のように宣言している。「今回決定した「量的・質的金融緩和」は、これを裏打ちする施策として、長めの金利や資産価格などを通じた波及ルートに加え、<u>市場や経済主体の期待を抜本的に転換させる効果が期待できる</u>。」[2)]（下線は筆者による追記）

期待に働きかけるために QQE のような大規模緩和を実行に移しながら、目下のところデフレ期待がインフレ期待に転換したと断ずることはできない。そもそもある時点における経済主体による物価動向に関する期待（予想）は、長い時間視野のなかで、その時々の経済状況を加味しながら折々に形成されるものである。実は日本銀行の当局者はこの点をはっきりと認識していた。日本銀行の広報は 2%のインフレ目標を導入した 2013 年 1 月に次のような認識を示している。「日本銀行は、今後、日本経済の競争力と成長力の強化に向けた幅広い主体の取り組みの進展に伴い、持続可能な物価の安定と整合的な物価上昇率が高まっていくと認識している。<u>現在の予想物価上昇率は長期にわたって形成されてきたもの</u>であり、<u>今後、成長力の強化が進展していけば</u>、現実の物価上昇率が<u>徐々に高まり</u>、<u>そのもとで家計や企業の予想物価上昇率も上昇していく</u>と考えられる。」[3)]（下線は筆者による追記）

要するに、一連の QQE は事実上「短期決戦」型[4)]の政策であり、「長期」的な期待物価形成に対して働きかけることに必ずしも成功していないと考えられる[5)]。もっとも、経済主体による期待物価の形成過程については、これまでのところ具体的には未だ解明されていない点があるのも事実である[6)]。

そこで、本稿ではこの課題への端緒的アプローチとして、MIU（money-in-utility）型選好を考慮した「消費に基づく資産価格決定モデル（Consumption-based Capital Asset Pricing Model: 以下、C-CAPM と表記）」に基づいて、流動性プレミアムが長期的に正の定数となる状況とゼロに落ち着く状況について場合分けしたうえで、期待物価変化率の決定メカニズムがそれぞれのケースについてどのような特徴を有するのかについて理論的に考察する[7)]。

本稿の構成は次の通りである。第Ⅱ節では、貨幣の存在を明示的に組み込んだ C-CAPM を定式化する。加えて、小野（1992）における流動性選好の非飽和性と流動性の罠との関係について整理する。第Ⅲ節では、流動性プレミアムが長期的に正の定数となる場合とゼロになる場合について比較しながら、自然利子率および期待物価の決定要因について考察する。第Ⅳ節では、本稿の議論をまとめる。

Ⅱ．貨幣効用を考慮した C-CAPM

１．基本モデル

本節では、C-CAPM による均衡実質利子率および貨幣価値の決定問題を定式化し、その含意を考察するための基本モデルを提示する。以下のモデルの定式化で用いられる記号は下記の通りである。すなわち、ρ（$\in(0, \infty)$; 定数）：時間選好率、$\beta \equiv 1 / (1 + \rho)$ （$\beta\in(0, 1)$; 定数）：主観的割引率、c_t：t 期における家計の実質消費、b_t：t 期初（t-1 期末）における家計の実質債券保有量、M_t：t 期初（t-1 期末）における家計の名目貨幣（流動性）保有量、P_t：t 期における一般物価水準、$m_t = M_t / P_t$：t 期初（t-1 期末）における家計の実質貨幣保有量、w_t：t 期における家計の非資産所得（実質賃金）、r_t：t 期における実質債券利回り（実質利子率）、r_n：自然利子率（中立金利）、$E_t(\cdot)$：t 期において利用可能な情報集合に基づく条件付期待値演算子、$Var_t(\cdot)$：t 期において利用可能な情報集合に基づく条件付分散演算子、$Cov_t(\cdot)$：t 期において利用可能な情報集合に基づく条件付共分散演算子、$g_{x,t} \equiv x_t / x_{t-1} - 1$：$t$ 期における変数 x_t の変化率、である。

また、本分析では、時点効用関数として、貨幣効用を考慮した MIU 型の関数 $u(c_t, m_t)$ を用いる。なお、限界効用などの効用導関数の表記および符号条件については、

$u_c(c_t, m_t) \equiv \partial u(c_t, m_t) / \partial c_t > 0,\ u_{cc}(c_t, m_t) \equiv \partial^2 u(c_t, m_t) / [\partial c_t]^2 < 0,$

$u_{ccc}(c_t, m_t) \equiv \partial^3 u(c_t, m_t) / [\partial c_t]^3 > 0$,

$u_m(c_t, m_t) \equiv \partial u(c_t, m_t) / \partial m_t > 0,\ u_{mm}(c_t, m_t) \equiv \partial^2 u(c_t, m_t) / [\partial m_t]^2 < 0,$

$u_{mmm}(c_t, m_t) \equiv \partial^3 u(c_t, m_t) / [\partial m_t]^3 > 0,$

$u_{mc}(c_t, m_t) \equiv \partial^2 u(c_t, m_t) / [\partial m_t\, \partial c_t] > 0,\ u_{mmc}(c_t, m_t) \equiv \partial^3 u(c_t, m_t) / \{[\partial m_t]^2\, \partial c_t\} > 0,$

$u_{mcc}(c_t, m_t) \equiv \partial^3 u(c_t, m_t) / \{\partial m_t\, [\partial c_t]^2\} < 0,$

と定義する。

C-CAPM の基本的な枠組みに沿って、MIU 型の選好関係 $u(c_t, m_t)$ に基づき、代表的家計モデルの枠組みのもとで、資産価格および貨幣価値の決定問題を定式化しよう。すなわち、予算制約

$$b_{t+1} + \frac{M_{t+1}}{P_t} = (1 + r_t) b_t + \frac{M_t}{P_t} + w_t - c_t \tag{1}$$

のもとで、代表的家計は現在（0 期）から将来にかけての消費と貨幣保有（流動性）から得られる期待効用の割引現在価値

$$E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u\left(c_t, \frac{M_t}{P_t} \right) \right\} \tag{2}$$

が最大になるように消費と資産（債券・貨幣）保有を選択するものと考える。一般物価水準については個々の経済主体にとって所与であるという経済のもとで、家計は、実物市場で取引される消費・資産（債券）については、実質ベースで消費量・資産（債券）保有量を選択し、貨幣市場から名目量（貨幣単位）で供給される貨幣量については、名目ベースで選択するものと考える。

換言すれば、最適化の操作変数として、消費・資産保有量については実質変数、貨幣保有量については名目変数を用いる [8)]。以上の設定のもとで、代表的家計の期待効用の割引現在価値に関する最大化問題を定式化すると、次の数学的問題になる。

$$\max_{c_t, b_{t+1}, M_{t+1}} \quad E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u\left(c_t, \frac{M_t}{P_t} \right) \right\}$$

$$s.t. \quad b_{t+1} + \frac{M_{t+1}}{P_t} = (1 + r_t) b_t + \frac{M_t}{P_t} + w_t - c_t$$

この最適化問題における一階の条件より、次のオイラー方程式が導出される。

$$b_{t+1}: \quad E_t\{ \beta[u_c(c_{t+1}, m_{t+1}) / u_c(c_t, m_t)](1 + r_{t+1}) - 1 \} = 0 \quad \text{for } t \in [0,\infty) \tag{3}$$

$$M_{t+1}: \quad E_t\{ \beta[u_c(c_t, m_t)]^{-1} [u_c(c_{t+1}, m_{t+1}) + u_m(c_{t+1}, m_{t+1})](1 + g_{p,\,t+1})^{-1} - 1 \} = 0 \quad \text{for } t \in [0,\infty) \tag{4}$$

ただし、$g_{p,t+1} \equiv P_{t+1} / P_t - 1$：物価変化率（インフレ率）である。

(3)式は均衡資産収益率（均衡資産価格）の決定式であり、ここでは(4)式との区別のため、消費のオイラー方程式と呼ぶ。一方、(4)式は均衡貨幣収益率（均衡貨幣価値）の決定式であり、ここでは(3)式との区別のため、貨幣（流動性）のオイラー方程式と呼ぶ。周知のように、貨幣価値と物価は表裏の関係にあるので、貨幣のオイラー方程式とは結局のところ、C-CAPM の文脈における均衡物価変化率（インフレ率）の決定式といえる。ここで、(3)式および(4)式における確率的割引要素 Π^c_{t+1}, Π^m_{t+1} は次のようになる。

$$\Pi^c_{t+1} = \beta[\ u_c(c_{t+1}, m_{t+1}) / u_c(c_t, m_t)\ ]$$

$$\Pi^m_{t+1} = \beta[\ u_c(c_{t+1}, m_{t+1}) / u_c(c_t, m_t)\ ]\ (1 + l_{t+1})$$

ただし、

$$l_{t+1} \equiv u_m(c_{t+1}, m_{t+1}) / u_c(c_{t+1}, m_{t+1}) \tag{5}$$

は小野（1992）の流動性プレミアムである。流動性プレミアム(5)式は、家計の保有する貨幣がもたらす限界効用（ストックとしての貨幣の便益）を、消費の限界効用（フローとしての貨幣支払額）で基準化することによって求められた貨幣と消費との限界代替率であり、貨幣がもたらす流動性サービスの心理的対価を実質消費単位で測ったものである。したがって、貨幣のオイラー方程式(4)式における割引要素は、(3)式における均衡資産価格（均衡資産収益率）の割引要素に粗流動性プレミアムを乗じたものになっている。これらをまとめると、C-CAPM における均衡貨幣価値（均衡物価変化率）は、均衡資産価格の確率的割引要素、および、流動性プレミアムによって決定される。

２．流動性選好の非飽和性と流動性の罠

消費のオイラー方程式(3)式は、消費および資産供給の経路が与えられたもとでの均衡実質利子率の決定式であり、いわゆる自然利子率（中立金利）の決定式といえる。したがって、(3)式を自

然利子率に関するオイラー方程式として書き換えると、次のように表すことができる。

$$r_n = (1 + \rho)\, E_t\{\, [\, u_c(c_{t+1}, m_{t+1}) \,/\, u_c(c_t, m_t)\,]^{-1} \,\} - 1 \quad \text{for } t\in[0,\infty) \tag{3'}$$

ただし、r_n：自然利子率（中立金利）、である。

また、貨幣のオイラー方程式(4)式は、流動性プレミアム(5)式を用いると、

$$E_t\, \{\, [\, u_c(c_{t+1}, m_{t+1}) \,/\, u_c(c_t, m_t) + l_{t+1}\,]\, (1 + g_{p,\, t+1})^{-1} \,\} = 1 + \rho \quad \text{for } t\in[0,\infty) \tag{4'}$$

と書き換えることができる。

ここで、消費水準も貨幣残高水準も全く変化しない定常状態（steady state）における自然利子率を求めよう。定常状態のもとでは、(3')式より、

$$r_n = \rho \tag{6}$$

が求められる。同様に、(4')式より、

$$l^0(c, m) = \rho \tag{7}$$

が得られる。ただし、$l^0(c, m)$は定常状態における流動性プレミアムである。(6)式と(7)式より、

$$r_n = l^0(c, m) \tag{8}$$

が成り立つ。すなわち、定常状態における均衡実質利子率は流動性プレミアムと等しくなるように決定される。実は、(8)式を m について整理することによって、定常状態における貨幣需要関数を導出することができる。換言すれば、(8)式はこの経済における流動性選好の決定メカニズムを表している。

小野（1992）によると、新古典派経済学が想定している貨幣経済では、貨幣残高が増え続けると流動性選好（貨幣需要）が飽和的になり、流動性プレミアムがゼロに近づいていく状況

$$\lim_{m\to\infty} l^0(c, m) = 0 \tag{9}$$

が成立する。本稿では(9)式のような状況を、漸近的な意味で貨幣需要が飽和的であることから、貨幣需要が漸近飽和的であると表現する[9)]。この場合、(8)式および(9)式より、

$$\lim_{m\to\infty} r_n = 0 \tag{10}$$

が成り立つ。(10)式のみを素直に眺めれば、実質貨幣残高が増え続けると、(10)式が成立する経済はゼロ金利状態に近づいていく。ただし、(10)式のもとでは横断性条件

$$\lim_{\tau\to\infty} m_{t+\tau} \prod_{s=1}^{\tau} (1 + r_{t+s})^{-1} = 0 \tag{11}$$

が満たされないため、経済が恒常的なゼロ金利状態に留まり続けることはできない。換言すれば、新古典派的な貨幣経済では、合理的な経済主体は貨幣保有が過剰となるような非合理的な蓄積経路を選択しないため、貨幣は退蔵されることなく財購入に向かうようになり、結局は完全雇用均衡が実現する[10)]。

一方で、小野（1992）は、(8)式に相当する流動性選好関係に関して、Keynes（1936, ch.17）が説くところの貨幣経済とは、貨幣残高がいくら大きくなっても流動性プレミアムが正の定数 l を持ち続けるような状況、すなわち、

$$\lim_{m\to\infty} l^0(c,m) = l > 0 \tag{12}$$

が成立する経済であると主張している。(12)式は、流動性選好が非飽和的である状況を想定している。この場合、(8)式および(12)式より、

$$\lim_{m\to\infty} r_n = l > 0 \tag{13}$$

が成り立つ。(13)式は、貨幣保有量が増え続けたとしても実質利子率に正の下限が存在するため、貨幣保有の魅力が尽きることはなく、非飽和的な貨幣需要によって貨幣が保有され続けられて財購入に回らなくなる状況、いわゆる「流動性の罠」が恒久的に発生することを含意している[11)]。しかも一旦、流動性の罠に陥った経済では、金融政策は無効となってしまうのである。

ここで注目すべき重要なポイントは、(13)式が横断性条件(11)式を満たしている点である。すなわち、(13)式が成立する経済では、流動性の罠の常態化は経済合理性に反しないのであり、このような経路上では新古典派モデルが想定するような価格調整による完全雇用均衡への自律回復は機能しない。対照的に、新古典派のロジックでは、(9)式を仮定することにより、経済が流動性の罠に陥る可能性はそもそも排除されている[12)]。以上のような非常にシンプルな設定の違いにもかかわらず、(9)式と(12)式のいずれの状況を想定するかによって、描写される貨幣経済の姿は全く異なったものになるのである。

Ⅲ．自然利子率と貨幣価値（期待インフレ率）の決定構造

１．流動性プレミアムが長期的に正の定数となる場合の期待物価形成

前節では、小野（1992）に基づき、流動性選好が非飽和的であるか否かによって、貨幣経済の姿が全く異なったものになることを示した。すなわち、非飽和的な貨幣需要のもとでは、流動性の罠は経済合理性と矛盾することなく常態化し得るのに対して、新古典派モデルで通常取り扱われる漸近飽和的な貨幣需要を想定すると、流動性の罠が発生する可能性は横断性条件によって排除される。本節では、流動性選好の非飽和性および漸近飽和性が、期待物価の形成にどのような影響をもたらすのかについて考察する。

(3')式および(4')式についてテイラー展開すると、次のような近似的関係が得られる[13)]。

$$\begin{aligned} r_n \approx\ & \rho + \gamma_{c,t}\, E_t(g_{c,t+1}) - 0.5\, \gamma_{c,t}\, \varepsilon_{c,t}\, Var_t(g_{c,t+1}) \\ & - \omega_t\, E_t(g_{m,t+1}) - 0.5\, \omega_t\, \varphi_t\, Var_t(g_{m,t+1}) + \gamma_{c,t}\, \eta_t\, Cov_t(g_{c,t+1}, g_{m,t+1}) \end{aligned} \tag{14}$$

$$
\begin{aligned}
E_t(g_{p,t+1}) \approx\ & Var_t(g_{p,t+1}) - \rho \\
& + (1 + l_t)^{-1} \{ - [\gamma_{c,t} - \omega_t (c_t / m_t)]\ E_t(g_{c,t+1}) + 0.5\ \gamma_{c,t}\ [\varepsilon_{c,t} - \eta_t (c_t / m_t)]\ Var_t(g_{c,t+1}) \\
& \quad - (\gamma_{m,t}\ l_t - \omega_t)\ E_t(g_{m,t+1}) + 0.5\ (\gamma_{m,t}\ \varepsilon_{m,t}\ l_t + \omega_t\ \varphi_t)\ Var_t(g_{m,t+1}) \\
& \quad + [\omega_t\ \varphi_t\ (c_t / m_t) - \gamma_{c,t}\ \eta_t]\ Cov_t(g_{c,t+1}, g_{m,t+1}) \\
& \quad + (\gamma_{m,t}\ l_t - \omega_t)\ Cov_t(g_{m,t+1}, g_{p,t+1}) + [\gamma_{c,t} - \omega_t\ (c_t / m_t)]\ Cov_t(g_{c,t+1}, g_{p,t+1}) \}
\end{aligned}
\tag{15}
$$

ただし、

$$\gamma_{c,t} \equiv -\ u_{cc}(c_t, m_t)\ c_t\ /\ u_c(c_t, m_t) > 0 \tag{16}$$

$$\varepsilon_{c,t} \equiv -\ u_{ccc}(c_t, m_t)\ c_t\ /\ u_{cc}(c_t, m_t) > 0 \tag{17}$$

$$\gamma_{m,t} \equiv -\ u_{mm}(c_t, m_t)\ m_t\ /\ u_m(c_t, m_t) > 0 \tag{18}$$

$$\varepsilon_{m,t} \equiv -\ u_{mmm}(c_t, m_t)\ m_t\ /\ u_{mm}(c_t, m_t) > 0 \tag{19}$$

$$\omega_t \equiv u_{mc}(c_t, m_t)\ m_t\ /\ u_c(c_t, m_t) > 0 \tag{20}$$

$$\varphi_t \equiv u_{mmc}(c_t, m_t)\ m_t\ /\ u_{mc}(c_t, m_t) > 0 \tag{21}$$

$$\eta_t \equiv u_{mcc}(c_t, m_t)\ m_t\ /\ u_{cc}(c_t, m_t) > 0 \tag{22}$$

である。$\gamma_{c,t}$ と $\gamma_{m,t}$ は相対的危険回避度（relative risk aversion）であり、$\varepsilon_{c,t}$ と $\varepsilon_{m,t}$ は相対的慎重度（相対的プルーデンス; relative prudence）である。ここでは、$\gamma_{c,t}$ を消費の相対的危険回避度、$\varepsilon_{c,t}$ を消費の相対的慎重度、$\gamma_{m,t}$ を貨幣の相対的危険回避度、$\varepsilon_{m,t}$ を貨幣の相対的慎重度と呼ぶ。$\gamma_{c,t}$ や $\varepsilon_{c,t}$ が消費者の危険回避行動や予備的貯蓄に関する選好パラメータであるのに対して、ω_t, φ_t, η_t は貨幣の外部効果に関する選好パラメータである。

ここで、長期にわたる家計の期待形成および確率構造に関して次の仮定を置く。

仮定 1：家計は物価動向に関する期待（予想）を合理的に形成する。

$$E_t(g_{p,t+1}) = E(g_p) \equiv g^e{}_p \tag{23}$$

仮定 2：消費貨幣比率 c_t / m_t は長期的に正の定数 α に収斂する。

$$E(c_t / m_t) = \alpha > 0 \tag{24}$$

仮定 3：家計の金利期待（予想）は長期的に自然利子率 r_n と等しくなるように形成される。

$$E_t(r_{t+1}) = E(r) = r_n \tag{25}$$

仮定 4：(12)式のもとで、流動性プレミアムは長期的に正の定数 l に収斂する。

$$E(l_t) = l > 0 \tag{26}$$

仮定 5：選好パラメータは長期的に定数に収斂する。

$$E(\gamma_{c,t}) = \gamma_c\ ,\ E(\varepsilon_{c,t}) = \varepsilon_c\ ,\ E(\gamma_{m,t}) = \gamma_m\ ,\ E(\varepsilon_{m,t}) = \varepsilon_m\ ,\ E(\omega_t) = \omega\ ,\ E(\varphi_t) = \varphi\ ,\ E(\eta_t) = \eta. \tag{27}$$

仮定 6：情報集合 $\Omega_t \equiv \{g_{c,t}, g_{m,t}, g_{p,t}, (c_t / m_t), \rho, l_t, \gamma_{c,t}, \varepsilon_{c,t}, \gamma_{m,t}, \varepsilon_{m,t}, \omega_t, \varphi_t, \eta_t\}_{t=0}^{\infty}$ の各要素は i.i.d.（互いに統計的に独立）である。

以上の諸仮定のもとで、(14)式および(15)式について非条件付期待値をとると、長期的な自然利子率および期待物価変化率の決定メカニズムは以下のように成立する。

$$r_n \approx \rho + \gamma_c E(g_c) - 0.5\,\gamma_c\,\varepsilon_c\,Var(g_c) - \omega\,E(g_m) - 0.5\,\omega\,\varphi\,Var(g_m) + \gamma_c\,\eta\,Cov(g_c, g_m) \qquad (28)$$

$$\begin{aligned} g^e_p \approx\ & Var(g_p) - \rho + (1+l)^{-1}\,[\,-(\gamma_c - \omega\,\alpha)\,E(g_c) + 0.5\,\gamma_c\,(\varepsilon_c - \eta\,\alpha)\,Var(g_c) \\ & - (\gamma_m\,l - \omega)\,E(g_m) + 0.5\,(\gamma_m\,\varepsilon_m\,l + \omega\,\varphi)\,Var(g_m) \\ & + (\omega\,\varphi\,\alpha - \gamma_c\,\eta)\,Cov(g_c, g_m) \\ & + (\gamma_m\,l - \omega)\,Cov(g_m, g_p) + (\gamma_c - \omega\,\alpha)\,Cov(g_c, g_p)\,] \qquad (29) \\ =\ & Var(g_p) + (1+l)^{-1}\,[\,-l\,\rho - r_n + \omega\,\alpha\,E(g_c) - 0.5\,\gamma_c\,\eta\,\alpha\,Var(g_c) \\ & - \gamma_m\,l\,E(g_m) + 0.5\,\gamma_m\,\varepsilon_m\,l\,Var(g_m) + \omega\,\varphi\,\alpha\,Cov(g_c, g_m) \\ & + (\gamma_m\,l - \omega)\,Cov(g_m, g_p) + (\gamma_c - \omega\,\alpha)\,Cov(g_c, g_p)\,] \end{aligned}$$

ただし、$E(\cdot)$：（非条件付）期待値演算子、$Var(\cdot)$：（非条件付）分散演算子、$Cov(\cdot)$：（非条件付）共分散演算子、である。

(28)式と(29)式をみると、長期の流動性プレミアム l は自然利子率の決定には影響せず、期待物価の形成過程には各要因の係数として影響を及ぼすことがわかる。そこで、期待物価の形成メカニズム(29)式について焦点を当てると、期待物価変化率の形成要因は下記のようになる。

①時間選好率（マイナス要因）：

$$\partial g^e_p / \partial \rho = -1 < 0$$

②実物経済要因（期待消費成長率：符号不定、消費のボラティリティ：符号不定）：

$$\partial g^e_p / \partial E(g_c) = -(1+l)^{-1}\,(\gamma_c - \omega\,\alpha)$$

$$\partial g^e_p / \partial Var(g_c) = 0.5\,(1+l)^{-1}\,\gamma_c\,(\varepsilon_c - \eta\,\alpha)$$

③貨幣要因（期待貨幣成長率：符号不定、貨幣のボラティリティ：プラス要因）：

$$\partial g^e_p / \partial E(g_m) = (1+l)^{-1}\,(\omega - \gamma_m\,l)$$

$$\partial g^e_p / \partial Var(g_m) = 0.5\,(1+l)^{-1}\,(\omega\,\varphi + \gamma_m\,\varepsilon_m\,l) > 0$$

④実物経済と貨幣の連動関係（符号不定）：

$$\partial g^e_p / \partial Cov(g_c, g_m) = -(1+l)^{-1}\,(\gamma_c\,\eta - \omega\,\varphi\,\alpha)$$

⑤物価期待の自己実現要因（物価のボラティリティ：プラス要因）：

$$\partial g^e_p / \partial Var(g_p) = 1 > 0$$

⑥貨幣要因と物価の連動関係（符号不定…③期待貨幣成長率の係数と表裏関係）：

$$\partial g^e_p / \partial Cov(g_m, g_p) = (1+l)^{-1}\,(\gamma_m\,l - \omega)$$

⑦実物要因と物価の連動関係（符号不定…②期待消費成長率の係数と表裏関係）：

$$\partial g^e_p / \partial Cov(g_c, g_p) = (1+l)^{-1}\,(\gamma_c - \omega\,\alpha)$$

すなわち、「②実物経済要因」（⇔「⑦実物要因と物価の連動関係」）、「③貨幣要因」（⇔「⑥貨幣要因と物価の連動関係」）や「④実物経済と貨幣の連動関係」の符号条件は、選好パラメータの大

小関係によって左右される。

２．流動性プレミアムが長期的にゼロとなる場合の期待物価形成

以上から、流動性プレミアムが長期的に正の定数となる場合において、期待物価は実物要因・貨幣要因から複合的に決定されることがわかる。ただし、符号関係が不定であるケースが多々みられる。そこで、仮定 4 に代わって、流動性プレミアムが長期的にゼロとなるケースを考えてみよう。

仮定 4'：(9)式のもとで、流動性プレミアムは長期的にゼロに収斂する。

$$E(l_t) = 0 \tag{30}$$

このとき、長期的な期待物価変化率の決定メカニズム(29)式は次のようになる。

$$\begin{aligned} g^e{}_p &\approx Var(g_p) - \rho - (\gamma_c - \omega\,\alpha)\,E(g_c) + 0.5\,\gamma_c\,(\varepsilon_c - \eta\,\alpha)\,Var(g_c) + \omega\,E(g_m) + 0.5\,\omega\,\varphi\,Var(g_m) \\ &\quad + (\omega\,\varphi\,\alpha - \gamma_c\,\eta)\,Cov(g_c, g_m) - \omega\,Cov(g_m, g_p) + (\gamma_c - \omega\,\alpha)\,Cov(g_c, g_p) \qquad (29') \\ &= Var(g_p) - \rho - (\gamma_c - \omega\,\alpha)\,[E(g_c) + Cov(g_c, g_p)] + 0.5\,\gamma_c\,(\varepsilon_c - \eta\,\alpha)\,Var(g_c) \\ &\quad + \omega\,[E(g_m) - Cov(g_m, g_p)] + 0.5\,\omega\,\varphi\,Var(g_m) + (\omega\,\varphi\,\alpha - \gamma_c\,\eta)\,Cov(g_c, g_m) \end{aligned}$$

この場合、期待物価変化率の形成要因は下記のようになる。

①時間選好率（マイナス要因）： 仮定 4 のケースと同値

②実物経済要因（期待消費成長率：符号不定、消費のボラティリティ：符号不定）：

$\partial g^e{}_p / \partial E(g_c) = -(\gamma_c - \omega\,\alpha)$

$\partial g^e{}_p / \partial Var(g_c) = 0.5\,\gamma_c\,(\varepsilon_c - \eta\,\alpha)$

③貨幣要因（期待貨幣成長率：<u>符号不定⇒プラス要因</u>、貨幣のボラティリティ：プラス要因）：

$\partial g^e{}_p / \partial E(g_m) = \omega > 0$

$\partial g^e{}_p / \partial Var(g_m) = 0.5\,\omega\,\varphi > 0$

④実物経済と貨幣の連動関係（符号不定）：

$\partial g^e{}_p / \partial Cov(g_c, g_m) = -(\gamma_c\,\eta - \omega\,\varphi\,\alpha)$

⑤物価期待の自己実現要因（物価のボラティリティ：プラス要因）：仮定 4 のケースと同値

⑥貨幣要因と物価の連動関係（<u>符号不定⇒マイナス要因</u>…③期待貨幣成長率の係数と表裏関係）：

$\partial g^e{}_p / \partial Cov(g_m, g_p) = -\omega < 0$

⑦実物要因と物価の連動関係（符号不定…②期待消費成長率の係数と表裏関係）：

$\partial g^e{}_p / \partial Cov(g_c, g_p) = \gamma_c - \omega\,\alpha$

「③貨幣要因」（⇔「⑥貨幣要因と物価の連動関係」）の符号条件は先の仮定 4 のケースと異なり、貨幣の外部性パラメータの符号条件に即して確定する。すなわち、貨幣の外部性パラメータ

（ω, φ, η）が正の符号で定義される場合、期待貨幣成長率 $E(g_m)$および貨幣のボラティリティ$Var(g_m)$は期待物価形成のプラス要因となり、貨幣要因と物価の連動関係 $Cov(g_m, g_p)$はマイナス要因となる。ここで、$E(g_m) > Cov(g_m, g_p)$と仮定すると、両者の合計$[E(g_m) - Cov(g_m, g_p)]$はパラメータ ω の大きさだけ期待物価形成のプラス要因になるといえる。その一方で、「②実物経済要因」（⇔「⑦実物要因と物価の連動関係」）や「④実物経済と貨幣の連動関係」の符号条件は、流動性プレミアムが長期的に非飽和的なケースと同じように確定しない。これらの諸要因については依然として、選好パラメータの大小関係によって符号条件が決定される。

３．加法分離的な MIU 型選好のもとでの期待物価形成

これまでのところ、時点効用関数については、消費と貨幣の交差微分が存在する状況、すなわち、$u_{mc}(c_t, m_t) \neq 0$ を想定したうえで議論をすすめてきた。もっとも、MIU 型効用に基づく経済モデルの先行研究を概観すると、第Ⅱ節で紹介した小野(1992)をはじめ、消費と貨幣に関して加法分離的な時点効用関数（$u(c_t, m_t) = u(c_t) + v(m_t)$）を仮定しているものが少なくない。そこで本節では、加法分離的な MIU 型効用のもとで、流動性選好が長期的にゼロであるときの期待物価の形成メカニズムを考えてみたい。言うまでもなく、このような MIU 型選好は、$u_{mc}(c_t, m_t) = 0$ を意味しており、貨幣の外部効果パラメータについては、

$$\omega = \varphi = \eta = 0$$

となることを含意している。このとき、期待物価決定メカニズム(29')式は次のようになる。

$$\begin{aligned} g^e{}_p &\approx Var(g_p) - \rho - \gamma_c\, E(g_c) + 0.5\, \gamma_c\, \varepsilon_c\, Var(g_c) + \gamma_c\, Cov(g_c, g_p) \\ &= Var(g_p) - \rho - \gamma_c\, [E(g_c) + Cov(g_c, g_p)] + 0.5\, \gamma_c\, \varepsilon_c\, Var(g_c) \end{aligned} \tag{31}$$

この場合、期待物価変化率の形成要因は下記のようになる。

①時間選好率（マイナス要因）：これまでのケースと同値

②実物経済要因（期待消費成長率：<u>符号不定⇒マイナス要因</u>、消費のボラティリティ：<u>符号不定⇒プラス要因</u>）：

$$\partial g^e{}_p / \partial E(g_c) = -\gamma_c < 0$$

$$\partial g^e{}_p / \partial Var(g_c) = 0.5\, \gamma_c\, \varepsilon_c > 0$$

③貨幣要因（期待貨幣成長率、貨幣のボラティリティ）： <u>効果消滅</u>

④実物経済と貨幣の連動関係：<u>効果消滅</u>

⑤物価期待の自己実現要因（物価のボラティリティ：プラス要因）：これまでのケースと同値

⑥貨幣要因と物価の連動関係：<u>効果消滅</u>

⑦実物要因と物価の連動関係（<u>符号不定⇒プラス要因</u>…②期待消費成長率の係数と表裏関係）：

$$\partial g^e{}_p / \partial Cov(g_c, g_p) = \gamma_c > 0$$

流動性プレミアムが長期的にゼロであり、かつ、時点効用において消費と貨幣が加法分離的で

ある場合、期待物価の形成メカニズムは次のようにまとめられる。第 1 に、貨幣に関係する諸要因（「③貨幣要因」、「④実物経済と貨幣の連動関係」、「⑥貨幣要因と物価の連動関係」）は、期待物価の決定に際して全く影響をもたなくなる。換言すれば、貨幣は期待物価形成に関して中立的となる。第 2 に、期待物価変化率は基本的に実物経済要因、および、それに関連する要因によって決定される。また、これらの符号条件は、相対的危険回避度および相対的慎重度に即して確定する。

ここで、(31)式において、実物経済要因である期待消費成長率 $E(g_c)$が期待インフレ決定のマイナス要因になるという帰結は、直感的には理解し難いかもしれない。これは次のように考えれば、経済学的に解釈可能である。この状況下で自然利子率の決定メカニズム(28)式は

$$r_n \approx \rho + \gamma_c E(g_c) - 0.5\, \gamma_c\, \varepsilon_c\, Var(g_c) \tag{28'}$$

となる。この(28')式を用いると、(31)式は次のように表すことができる。

$$g^e{}_p \approx Var(g_p) - r_n + \gamma_c\, Cov(g_c, g_p) \tag{31'}$$

このように期待インフレの決定式には自然利子率が組み込まれている。換言すれば、実物経済要因の期待インフレに対する波及経路は自然利子率を経由していることがわかる。具体的には、$E(g_c)$のプラス（マイナス）方向への変化は自然利子率を押し上げる（引き下げる）要因であり、このような金融引き締め（緩和）効果が期待インフレを引き下げる（押し上げる）。

Ⅳ. おわりに

本稿では、MIU 型選好に基づく C-CAPM において、流動性プレミアムが長期的に非飽和性を有する状況とゼロに帰着する状況について場合分けしたうえで、期待物価変化率の決定メカニズムを考察した。本稿の分析結果をまとめると、次のように整理される。

第 1 に、流動性プレミアムが長期的に正の定数となる経済において、期待物価変化率は、実物経済面や貨幣面などの複合的な諸要因によって決定されるものの、実物経済要因および貨幣要因に関する符号条件は確定しない。第 2 に、流動性プレミアムが長期的にゼロとなる経済では、貨幣要因に関する符号条件は貨幣の外部性パラメータの符号条件に沿って確定する。第 3 に、このケースについて、さらに加法分離的な MIU 型選好を仮定すると、期待物価形成メカニズムにおいて、貨幣要因からの波及経路が消滅する一方で、実物経済要因からの波及経路は選好パラメータの符号条件に即して確定する。

第 3 のケース、すなわち、流動性プレミアムが長期的にゼロであり、かつ、加法分離的な MIU 型選好が成り立つ経済は、政策当局にとってはある意味で非常に好都合な状況である。例えば、(31')式に基づく期待物価形成メカニズムのもとで、家計消費の長期低迷［$E(g_c) < 0$］が予想されたとしよう。この場合、自然利子率は相対的危険回避度（γ_c）の大きさだけ低下する。これは均衡金利水準の低下という意味で金融緩和的な効果をもち、その金利低下分だけ消費低迷予想を埋め

合わせるように期待インフレーションを発生させる。政策当局が特に何もしなくても、家計の期待の変化に応じて自然利子率が変化し、そのような自然利子率の動きと一対一に対応する形で、期待物価の形成メカニズムが自然に経済への調整機能を果たす。すなわち、このような状況では、「新古典派」的な自律的調節メカニズムが期待物価形成においても機能することがわかる。

もっとも、このようなシンプルな金利と物価期待の間の調整メカニズムは、流動性プレミアムが長期的にゼロであり、かつ、時点効用において消費と貨幣が加法分離的である、という設定に依存している。逆にいえば、このような設定が成り立たない場合、金利のみならず、他の決定要因を通じた期待インフレーションへの波及経路は複雑なものになり、政策当局が意図する通りに物価期待への影響を行使できるとは限らない。

そこで、第Ⅲ.1 節において考察した経済、すなわち、一般的な MIU 型選好のもとで、流動性選好の非飽和性が長期的に成り立つ経済において、家計消費の長期低迷［$E(g_c) < 0$］が予想されたとしよう。この場合、自然利子率は(28)式に即して$(1 + l)^{-1}\gamma_c$の大きさだけ低下する。先のケースと同様に、自然利子率の低下に伴う金融緩和効果によって、期待物価変化率は$(1 + l)^{-1}\gamma_c$の分だけ押し上げられる。一方で、期待物価形成メカニズム(29)式のもとでは、この経路とは別に、消費低迷予想［$E(g_c) < 0$］に伴って、貨幣の外部効果（$(1 + l)^{-1}\omega\alpha$）の大きさだけ期待物価変化率が押し下げられるという経路が同時に存在する。換言すれば、自然利子率と物価期待の間における調整メカニズムは完全には機能しなくなってしまうのである。

極端なケースとして、貨幣の外部効果が家計のリスク回避度を上回る場合（$\gamma_c < \omega\ \alpha$）、消費低迷予想によって期待デフレーションが発生する。このようなときに期待インフレーションを発生させるために採られ得る対策のひとつは、何らかの形で均衡金利水準を一層押し下げるような短期の金融緩和的対応であろう。ただし、金利水準の低下が消費低迷予想を反転させるとは限らない。しかも、金融緩和が更なる金融緩和を惹起するだけに陥る可能性も否定できない。このような場合は、遠回りのようであっても、将来不安の払拭に努めるなどの経済構造に切り込む対策によって、家計の将来予想を消費回復期待［$E(g_c) > 0$］にいざなうことが求められる。ただし、貨幣の外部効果やリスク回避度などの符号条件については、実際のデータを用いた計量分析によって明らかにされなければならない。この残された実証的課題については、稿を改めて取り組みたい。

引用文献、注

1）マイナス金利政策を巡る議論の詳細については、岩田他編（2016）を参照されたい。

2）日本銀行（2013*b*, p.3）。

3）日本銀行（2013*a*, p.1）。

4）早川（2016, pp.2-5）「QQE は「短期決戦」だった」を参照されたい。

5）早川（2016, pp.5-7）「長期戦の戦局は悪化していった」を参照されたい。

6）例えば、池尾（2013, p.281）を参照されたい。

7）Lucas（1978）や Breeden（1979）等を嚆矢とする C-CAPM は、代表的家計の動学的行動から得られた最適化条件に基づいて資産収益率（資産価格）の変動を分析するモデルである。C-CAPM の基本構造は元来、新古典派経済学のフレームワークに従って、実物経済における消費の最適化問題として定式化されていたが、Poterbe and Rotemberg（1987）、Finn, Hoffman and Schlagenhauf（1990）、Holman（1998）、Baba（2000）などによって、このモデルに貨幣の存在が明示的に導入された。

8）このような取り扱いは、Baba（2000）に基づいている。

9）ここでは、後述の(12)式との場合分けの便宜上、(9)式についてわざわざ貨幣需要の漸近飽和性という仰々しい呼称を与えたが、要するにこれは新古典派的な「通常」の貨幣需要関数では暗黙の裡に想定されている性質であり、近代経済学において「一般的」な貨幣需要関数の特徴のひとつである。例えば、小野（1992, p.34, ll.5-7)、および、小野・橋本編（2012, § 1.4.2）の図 1.7.1 を参照されたい。

10）詳細は、小野（1992, 第 3 章）、小野・橋本編（2012, § 1.4.2）を参照されたい。

11）詳細は、小野（1992, 第 3 章）、小野・橋本編（2012, § 1.4.2）および同書の図 1.7.3 を参照されたい。

12）ただし、ゼロ金利状態のもとで一時的に流動性の罠に陥る可能性は存在し得る。詳細は、小野・橋本編（2012, § 1.4.2）および同書の図 1.7.2 を参照されたい。

13）(14)式および(15)式の導出にあたって、ρ については原点周りで 1 次の展開、c_{t+1} については c_t の周りで 2 次の展開、m_{t+1} については m_t の周りで 2 次の展開、$g_{p,t+1}$ については原点周りで 2 次の展開を行っている。また、$[E_t(g_{x,t+1})]^2 \approx 0$ と仮定して、$E_t(g_{x,t+1}{}^2)$を $Var_t(g_{x,t+1})$に置き換え、$E_t(g_{x,t+1})\ E_t(g_{y,t+1}) \approx 0$ と仮定し、$E_t(g_{x,t+1}\ g_{y,t+1})$を $Cov_t(g_{x,t+1}\ \ g_{y,t+1})$に置き換えている。なお、この導出に当たって、齊藤（2006）の第 3 章における導出過程を参考にしている。また、本稿における将来の状態に関する情報と条件付け（条件付期待値）の取り扱いに関しては、Shreve（2004, § 2.3）における確率論的基礎付けに基づいている。

参考文献

池尾和人（2013)、『連続講義・デフレと経済政策』、日経 BP 社。

岩田一政・左三川郁子・日本経済研究センター編（2016)、『マイナス金利政策』、日本経済新聞出版社。

小野善康（1992)、『貨幣経済の動学理論』、東京大学出版会。

小野善康・橋本賢一編（2012)、『不況の経済理論』、岩波書店。

齊藤誠（2006)、『新しいマクロ経済学（新版)』、有斐閣。

日本銀行（2013*a*)、「金融政策運営の枠組みのもとでの「物価安定の目標」について」(2013 年 1 月 22 日公表)、日本銀行 HP（http://www.boj.or.jp/announcements/release_2013/k130122b.pdf）

日本銀行（2013*b*)、「「量的・質的金融緩和」の導入について」(2013 年 4 月 4 日公表)、日本銀行 HP（http://www.boj.or.jp/announcements/release_2013/k130404a.pdf)。

早川英男（2016)、『金融政策の「誤解」』、慶応義塾大学出版会。

Baba, N. (2000), “Exploring the Role of Money in Asset Pricing in Japan: Monetary Considerations and Stochastic Discount Factors,” *Monetary and Economic Studies* 18(2), pp.159-198.

Breeden, D. T. (1979), “An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities,” *Journal of Financial Economics* 7(3), pp.265-296.

Finn, M. G., D. L. Hoffman and D. E. Schlagenhauf (1990), “Intertemporal Asset-Pricing Relationships in Barter and

Monetary Economies," *Journal of Monetary Economics* 25(3), pp.431-451.

Holman, J. A. (1998), "GMM Estimation of a Money-in-the-Utility-Function Model: The Implications of Functional Forms," *Journal of Money, Credit and Banking* 30(4), pp.679-698.

Keynes, J. M. (1936), *The General Theory of Employment, Interest and Money*, London: Macmillan.［（邦訳）間宮陽介訳（2008)、『雇用、利子および貨幣の一般理論（上・下）』、岩波文庫。］

Lucas, R. E., Jr. (1978), "Asset Prices in an Exchange Economy," *Econometrica* 46(6), pp.1429-1445.

Poterbe, J. M. and J. J. Rotemberg (1987), "Money in the utility function: an empirical implementation," in W. B. Barnett and K. Singleton eds., *New Approaches to Monetary Economics: Proceedings of the Second International Symposium in Economic Theory and Econometrics*, Chapter 10, Cambridge: Cambridge University Press, pp.219-240.

Shreve, S. E. (2004), *Stochastic for Finance I: The Binomial Asset Pricing Model*, New York: Springer-Verlag.［（邦訳）長山いづみ他訳（2006)、『ファイナンスのための確率解析Ｉ－二項モデルによる資産価格評価』、シュプリンガー・フェアラーク東京。］