

資本の不良化および習慣形成効果と金利期待形成

Interest Expectations in C-CAPM Considering Bad Capital Stock and Habit Formation

森澤 龍也*

Tatsuya Morisawa

本稿は、不良資本の逆厚生効果および消費の習慣形成効果などの消費の外部効果が金利期待形成に与える影響を考察する。本分析での数値計算によるシミュレーションによって、不良資本の逆厚生効果および習慣形成効果から成る消費の外部効果や資本不良度が強くなるほど、低金利期待の効果をもつことが示される。

キーワード：期待金利、消費の外部効果、不良資本、習慣形成効果

I. はじめに

2019年に新型コロナウイルス(COVID-19)感染症の発生が確認されて以降、この原稿を執筆している2022年3月現在においても依然として、この感染症によるパンデミックは収束することなく世界経済に多大な悪影響を及ぼしている。一方で、近年の経済論壇において長期停滞論者¹⁾を中心に恐れられていた世界経済の「日本化」、すなわち、「低成長」・「低物価」・「低金利」の長期化についてはこのところ彼らの予想とは異なった展開をみせている。

経済の「日本化」要件のうち、「低物価」については今回のパンデミックがもたらした供給側への制約によってむしろ「高物価」、すなわち、インフレーション拡大への恐怖が支配的となってきたようにみえる。これに加えて、2022年2月以来のロシア・ウクライナ危機の深刻化に伴う国際商品高がインフレーションの勢いに拍車をかけることが懸念されている。そして、このインフレ懸念に伴う世界的な金融緩和の見直しによって、金融引き締め予想が高まり、「低金利」の今後についても、将来の金利上昇が強く予想されているように見受けられる。

ここでは特に金利水準の動向に注目してみよう。リーマンショック(2008年9月)に代表される2007年から2008年にかけての世界金融危機以降、日本や欧米などの先進国をはじめ世界各国において、金利水準は歴史的にみて著しく低い水準にまで低下してきた。OECD統計²⁾によると、2007年の長期金利(年平均)は、日本1.67%、米4.63%、独4.22%であった。これが危機後の2009年では、日本1.33%、米3.26%、独3.22%まで低下した。その後、欧州中央銀行(ECB)がQE(Quantitative Easing)を導入した2015年には、日本0.35%、米2.14%、独0.49%とさらに下落し

た。COVID-19 によるパンデミックが深刻化した 2020 年には、日本 -0.005% 、米 0.89% 、独 -0.51% という超低金利状態に陥った。

一方で、2022 年 2 月中旬には、現下のインフレ懸念を背景とする金融引き締め観測に伴い、米長期金利は 2 年半ぶりに 2% 台に乗せ、日本の長期金利は 6 年ぶりの 0.2% 超の水準に上昇し、独長期金利もマイナス金利から脱却した³⁾。しかしながら、冷静に最近 15 年の金利変動を眺めてみると、そもそも近年の金利水準はかなり異常な「低金利」であり、現在の金利上昇が高金利水準であるかといえ、長期的にみて依然として低金利から脱却していないのが実情といえる。

本稿は以上のような長期的な低金利長期化の背景にあるメカニズムを経済主体の期待形成行動から説明する。その動機は以下の問題意識に基づく。2007 年から 2008 年にかけての世界金融危機以降、国際規模で低金利化が進んだことは先述の統計の通りである。

金融危機の発生初期においては、借入による投機資産が資産価格の暴落によって投げ売りされる。このような資産評価額の値下がりによって、返済困難となった借入（信用額）、ないし、評価損を抱えることになった担保資産は、貸し手（例えば、銀行）にとって大量の不良債権・不良資産の山となって表れる。この不良債権・不良資産の大量発生が、あたかも体にとっての癌のように経済に大きな打撃を与えるのである。すなわち、このような「癌」（＝不良債権・不良資産）が「体」（＝経済）を蝕み、その活動力を削いでいく中で、健康バロメーターである「体温」（＝金利）の数値を大きく下げるように作用したと考えられる。換言すれば、金融危機において発生した不良債権などの金融ショック要因が、その後の低金利化の契機となるような影響を実体経済に及ぼしたことが示唆されている。

もっとも低金利の固定化については、日本や欧米で採用された一連の非伝統的金融政策によってもたらされたとみるのが素直な見方であろう。一方で、金融政策のみによってこれほどの長期間にわたり、人為的に低金利状態を生み出すことは可能なのかという疑問も浮かぶ。このような疑問に対して、もう一つの視点を提供したのが、Summers (2013) の問題提起であった。彼は長期的な低金利環境の根底に、人口減少・投資減退による総需要不足の慢性化があるのではないかと指摘した。ここで Summers は昨今の世界的な低金利常態化の原因として、人為的政策（金融緩和）以外の要因、すなわち、実体経済上の要因に求める重要性を示唆している。本稿はこのような論点を踏まえて、長期的な低金利化の実体経済上の要因をより細やかな視点である経済主体の期待形成行動に求める。

先行研究として、森澤 (2022) は不良債権などの金融ショック要因を組み込んだモデルに基づき、低金利の長期化問題を考察した。具体的には、森澤 (2012a) が提示した、不良資本の逆厚生効果を考慮した「消費に基づく資産価格決定モデル (C-CAPM)」を用いて、「不良債権の代理変数」としての「不良資本」の変化が、代表的家計の金利期待形成過程にどのような影響を及ぼし得るのかを数値シミュレーションによって明らかにした。ただし、森澤 (2022) の分析では、数

学的な取り扱いが容易なパワー型効用にに基づいており、このタイプの効用関数に基づくモデルは実証的なパフォーマンスが良好ではないことが知られている [Mehra and Prescott (1985)、Weil (1989)]。

そこで本稿では、森澤 (2012b) の不良資本の逆厚生効果と消費の習慣形成効果を同時に考慮した C-CAPM を用いる。先行研究 [Sundaresan (1989)、Constantinides (1990)、Abel (1990)、Heaton (1995) 等] を概観すると、C-CAPM の実証分析において、習慣形成効果を考慮した分析は比較的良好な結果が得られることが知られている。また、消費の外部効果についてより拡張した枠組みをもつモデルに基づく金利期待形成メカニズムを分析することで、より精密かつ詳細にこの長期的な低金利常態化現象の発生メカニズムを検討できる。

このモデルに組み込まれた消費の習慣形成効果とは次のような考え方である。人々は現時点で消費活動を行うとき、過去の消費パターンに左右されて現在の消費水準を決定することがある。例えば、もともと裕福で贅沢な生活を経験した人は、所得水準が落ち込んだとしても予算を切り詰めた生活にはなかなか戻れないものである。このように、現在の消費決定に際して、過去の消費パターンからの慣性が働くことがある。これを消費の習慣性あるいは習慣形成 (habit formation) と呼ぶ。ちなみに、このような消費の性質をより極端な形で表したのが、Duesenberry (1949) や Modigliani (1949) らによって提唱された消費の習慣仮説 (habit persistence hypothesis) である。

以上の背景により、本稿では一つの思考実験として、資本の不良化に加えて消費の習慣形成効果を考慮したモデルに基づき、金利期待がどのように形成され得るかという問題を考察する。この分析結果を簡潔にまとめると、消費の外部効果 (不良資本の逆厚生効果および習慣形成効果) や資本の不良化によって、マイナス金利期待の形成可能性が示唆されている。

本稿の構成は次の通りである。第II節では、資本の不良化および消費の習慣形成効果を組み込んだ C-CAPM を定式化する。第III節では、このモデルに基づいて、選好パラメータに関する数値計算を行い、消費の習慣形成効果や資本の不良化が金利期待形成にどのような影響を及ぼすのか、について検討する。第IV節では、本稿の議論をまとめる。

II. 不良資本と消費の習慣形成効果を組み込んだ C-CAPM

本節では、資本の不良化と消費の習慣形成効果を組み込んだモデルを提示したうえで、数値シミュレーション分析を行うためのモデルを導出する。以下のモデルで用いられる記号は、次の通りである。なお、各変数の下付き添え字 t は、時期を表す。

C_t : 総消費、 K_t : 資本ストック、 N_t : 人口 (労働)、 $c_t \equiv C_t/N_t$: 1人当たり消費、 $k_t \equiv K_t/N_t$: 1人当たり資本ストック、 $n_t \equiv N_t/N_{t-1}$: 人口成長率 (対前期比)、 $\mu_t (\in [0,1])$: 資本不良度、 $\tilde{K}_t \equiv (1-\mu_t)K_t$: 有効資本ストック、 $\tilde{k}_t \equiv \tilde{K}_t/N_t$: 1人当たり有効資本ストック、 Ω_t : t 期において利用可能な情報集合、 δ (定数) : 資本減耗率、 $\rho (\in (0,\infty))$ (定数) : 時間選好率、 $\beta \equiv 1/(1+\rho)$ ($\beta \in (0,1)$ 、

定数)：主観的割引率、 $g_{x,t} \equiv x_t / x_{t-1} - 1$ ： t 期における変数 x_t の変化率。

この経済において、家計は資本 (K_t) と労働 (N_t) を保有しており、所得のうちの消費 (C_t) と貯蓄の割合を決定するものとする。一方、企業は家計から調達した資本と労働を生産要素として生産活動を行う。企業は当期の生産 (Y_t) にあたって、前期末 (= 当期初) に家計からレンタルしてきた資本を使用する。ストック変数である資本については、 t 期初 ($t-1$ 期末) の資本ストックを K_t と表記する。この K_t は $t-1$ 期末に借りられた直後に、資本減耗とは別に一定割合 $\mu_t \in [0,1)$ で劣化していることが判明するものとしよう。ただし、一旦レンタルしないことには、どれだけ資本の不良化を起こしているか分からないものとする。

そうすると実際に生産に使用可能な資本ストックは、

$$\tilde{K}_t \equiv (1 - \mu_t) K_t \quad (1)$$

と定義される。この資本 \tilde{K}_t を有効資本ストックと呼ぶことにする。

生産活動は 1 次同次性を満たす次の生産関数で表されるとしよう。

$$Y_t = F(\tilde{K}_t, N_t) \quad (2)$$

この生産関数を 1 人当たりの表示に書き換えた関数は次式で与えられる。

$$y_t = F(\tilde{k}_t, 1) \equiv f(\tilde{k}_t) \quad (3)$$

ただし、 $f'(\tilde{k}) \equiv \frac{df}{d\tilde{k}} > 0$ 、 $f''(\tilde{k}) \equiv \frac{d^2f}{d\tilde{k}^2} < 0$ 、 \tilde{k}_t は t 期における 1 人当たり有効資本ストックであり、

$$\tilde{k}_t \equiv \frac{\tilde{K}_t}{N_t} = (1 - \mu_t) k_t \quad (4)$$

と表される。

生産物はマクロ経済的な観点から、消費、設備投資に支出される。これを 1 人当たり表示にて表すと、次式のようになる。

$$f(\tilde{k}_t) = c_t + n_{t+1} k_{t+1} - (1 - \delta) \tilde{k}_t \quad (5)$$

次に、資本の不良化が代表的家計の効用に与える影響についてみていく。森澤 (2012b) では、不良資本の逆厚生効果および消費の習慣形成効果を同時に考慮する C-CAPM を提示した。このアイデアのもとで、時点効用関数は次のように定式化される⁴⁾。

$$u(X_t) = \begin{cases} \frac{X_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} & \text{for } \gamma > 0 \text{ and } \gamma \neq 1 \\ \log X_t & \text{for } \gamma = 1 \end{cases} \quad (6)$$

$$X_t \equiv c_t - \alpha \mu_{t-1} c_{t-1} \quad (7)$$

ただし、 X_t ：不良資本の逆厚生効果および習慣形成効果を考慮した今期および来期の消費から得られるサービス・フロー、 γ ：サービス・フロー X_t に関する相対的危険回避度 (定数)、 α ：習慣形成効果・不良資本の逆厚生効果の程度を表す消費の外部効果度パラメータ (定数、 $\alpha \mu_{t-1} \in [0,1)$)、

である。

(7)式のようなサービス・フローに基づく時点効用関数から成る C-CAPM は「差分型モデル (difference model)」⁵⁾ と呼ばれており、その特徴の一つとして、(6)式のパラメータ γ は、消費 c_t に関する相対的危険回避度 (relative risk aversion) を意味しない、という点に注意が必要である。時点効用関数(6)式のもとで、消費 c_t に関する相対的危険回避度 γ_t は、次式のように表される⁶⁾。

$$\gamma_t = \gamma \frac{c_t}{X_t} \quad (8)$$

(8)式から明らかなように、標準的な相対的危険回避度一定 (Constant Relative Risk Aversion: CRRA) 型効用関数とは異なり、(8)式における消費の相対的危険回避度 γ_t は時間可変的なパラメータとして表される。

以上の設定に基づき、家計と企業の行動を統合して、代表的家計モデルの枠組みのもとで、資産価格の決定問題を考察しよう。すなわち、予算制約のもとで、代表的家計は現在 (0 期) から将来にかけての消費から得られる期待効用の割引現在価値が最大になるように消費と資産を選択する、としよう。これを定式化すると、次の数学的問題になる。

$$\begin{aligned} \max_{c_t, k_{t+1}} \quad & E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{X_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right) \right\} \Omega_0 \\ \text{subject to} \quad & f(\tilde{k}_t) = c_t + n_{t+1}k_{t+1} - (1-\delta)\tilde{k}_t \quad (5) \\ & \tilde{k}_t = (1-\mu_t)k_t \quad (4) \\ & X_t = c_t - \alpha\mu_{t-1}c_{t-1} \quad (7) \end{aligned}$$

ただし、 $\rho \in (0, \infty)$ 、定数)：時間選好率、 $\beta \equiv 1/(1+\rho)$ ($\beta \in (0, 1)$ 、定数)：主観的割引率、 Ω_t ： t 期において利用可能な情報集合、 $E_t\{\cdot|\Omega_t\}$ ：条件付期待値演算子、である。

ここで、人口は一定 ($n_{t+1} = 1$) であり、家計保有資産である資本の実質収益率 r_{t+1} は有効資本の純限界生産性に等しい、としよう⁷⁾。

$$r_{t+1} = f'(\tilde{k}_{t+1}) - \delta \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (9)$$

このとき、この最適問題における一階の条件から、

$$E_t[m_{t+1}(1+r_{t+1}) - 1|\Omega_t] = 0 \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (10)$$

$$m_{t+1} = \frac{1-\mu_{t+1}}{1+\rho} \left\{ \left[1 - \frac{\alpha\mu_{t+1}}{1+\rho} \left(\frac{1+g_{c,t+2} - \alpha\mu_{t+1}}{1-\alpha\mu_t(1+g_{c,t+1})^{-1}} \right)^{-\gamma} \right] \right\} / \left\{ \left[\left(\frac{1+g_{c,t+1} - \alpha\mu_t}{1-\alpha\mu_{t-1} \cdot (1+g_{c,t})^{-1}} \right)^{\gamma} - \alpha\mu_t \right] \right\} \quad (11)$$

が得られる。ただし、 $g_{c,t} \equiv c_t/c_{t-1} - 1$ ：消費成長率、である。(10)式はオイラー方程式 (Euler equation) と呼ばれる関係であり、均衡資産収益率 r_{t+1} の決定式である。(11)式は本モデルにおける確率的割引要素 (stochastic discount factor) であり、資本ストックがもたらす将来収益を現在価値に割引く役割を果たす価格評価基準である。

ここで、(10)式に安全資産の実質収益率 $r_{f,t+1}$ を代入し、この式を $g_{c,t}, g_{c,t+1}, g_{c,t+2}, \mu_{t-1}, \mu_{t+1}, r_{t+1}, \rho$ についてテイラー展開すると、次の期待実質安全利率の決定式を導出することができる⁸⁾。

$$E(r_{f,t+1}) \equiv \rho + E\left(\frac{\mu_t}{1-\mu_t}\right) + \psi_1 \cdot E(g_{c,t}) + \psi_2 \cdot Var(g_{c,t}) + \psi_3 \cdot E(g_{\mu,t}) + \psi_4 \cdot Var(g_{\mu,t}) + \psi_5 \cdot Cov(g_{c,t}, g_{\mu,t}) \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (12)$$

ただし、

$$\omega_1 \equiv -\frac{\gamma\alpha\mu_t}{(1-\alpha\mu_t)^2} \quad (13)$$

$$\omega_2 \equiv \frac{\gamma(1+\alpha^2\mu_t^2)}{(1-\alpha\mu_t)^2} \quad (14)$$

$$\omega_3 \equiv -\frac{\gamma\alpha\mu_t}{2(1-\alpha\mu_t)^4} [(\gamma-1)\alpha^2\mu_t^2 + (\gamma+3)\alpha\mu_t - 2] \quad (15)$$

$$\omega_4 \equiv -\frac{\gamma}{2(1-\alpha\mu_t)^4} [(\gamma+1)\alpha^4\mu_t^4 - (\gamma+3)\alpha^3\mu_t^3 + 2(\gamma+1)\alpha^2\mu_t^2 + (\gamma-1)\alpha\mu_t + \gamma + 1] \quad (16)$$

$$\omega_5 \equiv \frac{\gamma(\gamma+1)\alpha\mu_t}{2(1-\alpha\mu_t)^3} \quad (17)$$

$$\omega_6 \equiv -\frac{\gamma\alpha\mu_{t-1}}{(1-\alpha\mu_t)^2} \quad (18)$$

$$\omega_7 \equiv -\frac{\alpha\mu_t[(\gamma+1)\alpha\mu_t - 1]}{(1-\alpha\mu_t)^2} + \frac{\mu_t}{1-\mu_t} \quad (19)$$

$$\omega_8 \equiv -\frac{\gamma\alpha^2\mu_{t-1}^2[(\gamma+1)\alpha\mu_t + \gamma - 1]}{2(1-\alpha\mu_t)^4} \quad (20)$$

$$\omega_9 \equiv \frac{\alpha\mu_t^2}{2(1-\alpha\mu_t)^3} \left\{ \gamma\alpha[(\gamma-1)\alpha\mu_t + 2] + \frac{2[(\gamma+1)\alpha\mu_t - 1](1-\alpha\mu_t)}{1-\mu_t} \right\} \quad (21)$$

$$\omega_{10} \equiv -\frac{\gamma\alpha^2\mu_t\mu_{t-1}[(\gamma+1)\alpha\mu_t + \gamma - 1]}{(1-\alpha\mu_t)^4} \quad (22)$$

$$\omega_{11} \equiv -\frac{\gamma\alpha\mu_t^2}{(1-\alpha\mu_t)^4} \left\{ \alpha[(\gamma+1)\alpha\mu_t - 1] - \frac{(1-\alpha\mu_t)^2}{1-\mu_t} \right\} \quad (23)$$

$$\omega_{12} \equiv \frac{\gamma^2\alpha\mu_{t-1}[\alpha\mu_t(1+\alpha\mu_t) - 1]}{(1-\alpha\mu_t)^4} \quad (24)$$

$$\omega_{13} \equiv -\frac{\gamma\mu_t}{(1-\alpha\mu_t)^4} \left\{ \alpha[1 + \alpha\mu_t((\gamma-1)\alpha^2\mu_t^2 - (\gamma-2)(1+\alpha\mu_t))] + \frac{[1-\alpha\mu_t(1-\alpha\mu_t)](1-\alpha\mu_t)}{1-\mu_t} \right\} \quad (25)$$

$$\omega_{14} \equiv -\frac{\gamma^2 \alpha^2 \mu_t \mu_{t-1}}{(1-\alpha\mu_t)^4} \quad (26)$$

$$\omega_{15} \equiv -\frac{\gamma\alpha\mu_t}{(1-\alpha\mu_t)^3} \left[1 + \gamma\alpha\mu_t - \frac{\mu_t(1-\alpha\mu_t)}{1-\mu_t} \right] \quad (27)$$

$$\psi_1 \equiv 2 \cdot E(\omega_1) + E(\omega_2) \quad (28)$$

$$\psi_2 \equiv E(\omega_3) + E(\omega_4) + E(\omega_5) \quad (29)$$

$$\psi_3 \equiv E(\omega_6) + E(\omega_7) \quad (30)$$

$$\psi_4 \equiv E(\omega_8) + E(\omega_9) \quad (31)$$

$$\psi_5 \equiv E(\omega_{10}) + E(\omega_{11}) + E(\omega_{12}) + E(\omega_{13}) + E(\omega_{14}) + E(\omega_{15}) \quad (32)$$

であり、 $g_{x,t} \equiv x_t / x_{t-1} - 1$: x_t の成長率、 $E(\cdot)$: 期待値演算子、 $Var(\cdot)$: 分散演算子、 $Cov(\cdot)$: 共分散演算子、である。(12)式は、本モデルにおける金利期待形成メカニズムである。この式が本稿での数値シミュレーション分析の対象となる基本モデルである。

Ⅲ. 数値計算による金利形成シミュレーション

本節では、資本の不良化とそれが及ぼす消費外部性効果を考慮した C-CAPM について、選好パラメータの変化に応じた数値計算を行うことによって、期待金利がどのように形成されるのか、という問題を考察する。以下の数値シミュレーション分析で用いられる期待金利の決定モデルは(12)式である。第 I 節でも述べたように、世界的な低金利状態が常態化した契機となった時期として、2007 年から 2008 年にかけての世界金融危機が挙げられる。そこで、2008 年までの各変数の期待値を用いて、2010 年代以降顕著となったゼロ金利・マイナス金利などにみられる低金利の進行を本モデルから予想できるのかを確かめてみたい。本分析において使用される標本統計量は表 1 の通りである⁹⁾。

表 1. 標本統計量一覧 : 1981 年～2008 年

$E(g_c)$	0.01882
$Var(g_c)$	0.00019
$E(\mu)$	0.26667
$E(g_\mu)$	0.01852
$Var(g_\mu)$	0.08429
$Cov(g_c, g_\mu)$	-0.00087
$E(r_f)$	0.02056

出所：森澤（2012b, 表 1）より抜粋

1. 消費の外部効果（不良資本の逆厚生効果・習慣形成効果）パラメータと金利形成

本節では、不良資本の逆厚生効果と習慣形成効果を同時に考慮した消費の外部効果度パラメータ (α) の変化に対する金利期待形成を数値シミュレーションによって検証する。分析に先立ち、 α が取り得る値の範囲について補足しておく。 $\alpha\mu_t$ について、 $(1-\alpha\mu_t) > 0$ が成り立つためには、 $\mu_t \in [0,1)$ のもとで、

$$\alpha \in [0, \mu_t^{-1}) \quad (33)$$

という条件が必要となる。一方で、(7)式のサービス・フロー X_t が正であるために α が取り得る値の範囲は、 $\mu_{t+1} \in [0,1)$ のもとで、

$$\alpha \in [0, (1+g_{c,t}) \cdot \mu_{t+1}^{-1}) \quad (34)$$

となる。理論的には時点効用関数の凸性が成り立つために、(34)式の条件が重要となる。ただし、数値シミュレーションによる金利期待形成過程を検証するためには、 ψ_t を計算できればよい。したがって、ここでは、(33)式の条件に基づいて α が取り得る値の範囲を測ったうえで数値計算される。表1の $E(\mu_t)$ を(33)式の μ_t に代入すると、本分析における α の上限値は約 3.75 である。

本モデルにおける相対的危険回避度 γ_t は、(8)式で示されているように定数ではなく、消費に関して可変である。そこで、相対的危険回避度の平均を次のような近似式

$$\begin{aligned} E(\gamma_t) &= \gamma \cdot E\left(\frac{c_t}{X_t}\right) \\ &\cong \gamma \cdot \left[1 - \alpha \cdot E(\mu_t) \cdot (1 + E(g_{c,t+1}))^{-1}\right]^{-1} \end{aligned} \quad (35)$$

で計算できるものとする。この(35)式に基づいて、パワー型効用関数(6)式のパラメータ γ を

$$\gamma \cong E(\gamma_t) \cdot \left[1 - \alpha \cdot E(\mu_t) \cdot (1 + E(g_{c,t+1}))^{-1}\right] \quad (36)$$

によって求める。実際の数値シミュレーションでは、 $E(\gamma_t)$ の数値を固定したうえで、 α の変化に対する γ の数値は可変的なものとして求められることになる。

図1は、 α の変化に対する金利形成を数値計算によって求めた結果をまとめたものである。標本統計量は表1の数値を用いた。選好パラメータは $E(\gamma_t) = 2$, $\rho = 0.0101$ と置いた。図1によると、期待金利は α の上昇に対して 0~1.5 辺りでは、ほぼ横ばいながらも緩やかな減少傾向で推移し、2~2.5 を超える辺りから、限界的な減少率を増しながら急速に低下していく様子が示されている。 $\alpha \in [0, 1.5)$ 辺りの期待金利形成が横ばいにみえるのは、この範囲において消費の習慣形成効果が不良資本の逆厚生効果よりも強く作用しているものと推察される。その後、期待金利の低下ペースが徐々に高まっていくのは、習慣形成効果よりも不良資本発生に伴う逆厚生効果が強く作用するようになるものと考えられる。この段階に至ると、期待金利のマイナス化が加速的に進んだ状態となる。

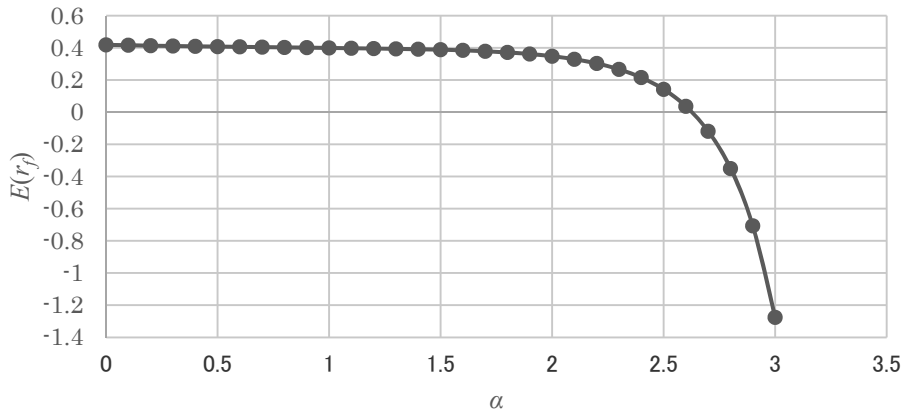


図 1. 金利期待形成シミュレーション：不良資本の消費外部効果 (α) の変化

$$(E(\gamma_t) = 2, \rho = 0.0101, \mu = 0.266)$$

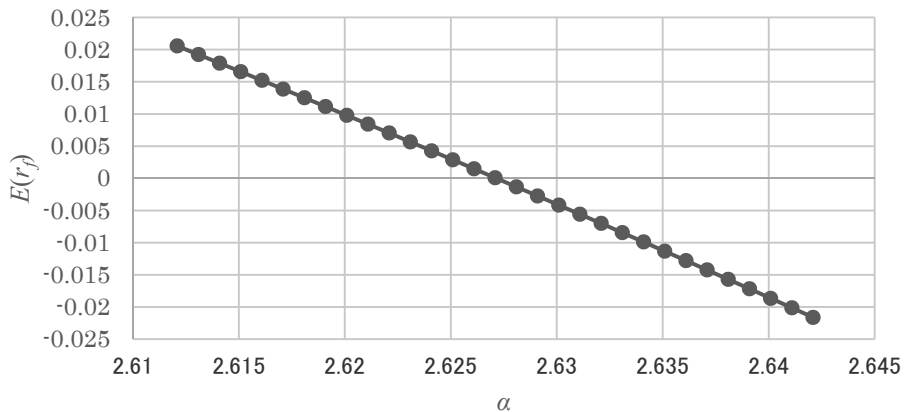


図 2. 金利期待形成シミュレーション：不良資本の消費外部効果 (α) の変化

$$(E(\gamma_t) = 2, \rho = 0.0101, \mu = 0.266)$$

図 2 は、期待金利が実質安全利子率の平均 $E(r_t) = 0.02$ からどのように推移するのかをより詳細に確認するために、ゼロ金利近傍における数値シミュレーションを行った結果である。なお、 $E(\gamma_t) = 2, \rho = 0.0101, \mu = 0.266$ のもとで Weil (1989) の安全利子率パズルを解消する α の値は数値計算によって 2.6121 と求められたため、図 2 の数値シミュレーションでは $\alpha = 2.6121$ から開始している。図 2 の結果はゼロ金利近傍での計算のためか、図 1 の結果と比べるとかなり線形的である。図 2 によると、 $\alpha = 2.6171$ でほぼゼロ金利期待が形成され、この値を超えるとマイナス金利期待が形成される。すなわち、実質金利が 2%程度というプラスの領域にある状況のもとでさえも、

0.006 程度のわずかな α の変化によってマイナス金利期待の進行が起こり得るのである。

2. 資本不良度と金利形成

次に、資本不良度(μ)の変化に対する金利期待形成を数値シミュレーションによって検証する。

図 3 は、 μ の変化に対する金利形成を数値計算によって求めた結果をまとめたものである。表 1 より、平均 $E(\mu)=0.26667$ を初期値として、平均変化率 $E(g_\mu)=0.01852$ ほどの μ の変化に対する金利形成を数値計算によって求めた。(12)式における μ 以外の標本統計量は表 1 の数値を定数として用いた。また、選好パラメータは $E(\gamma_t)=2, \rho=0.0101, \alpha=2$ で一定とした。

図 3 によると、資本不良度 (μ) の上昇に対して、期待金利がシミュレーション初期では緩やかに低下していき、その後、加速度的に下落していく様子が示されている。この μ の変化に対する金利期待形成過程においても、図 1 の α の変化に対する金利期待形成過程と同様、習慣形成効果が強く作用していた段階から、不良資本の逆厚生効果がより支配的になる段階に移行すると推察される。図 3 のケースでは、ゼロ金利期待からマイナス金利期待に転換する $\mu = 0.35$ 前後を閾値として、 μ の上昇に沿ってマイナス金利期待がその低下ペースを加速させながらより深化していく。

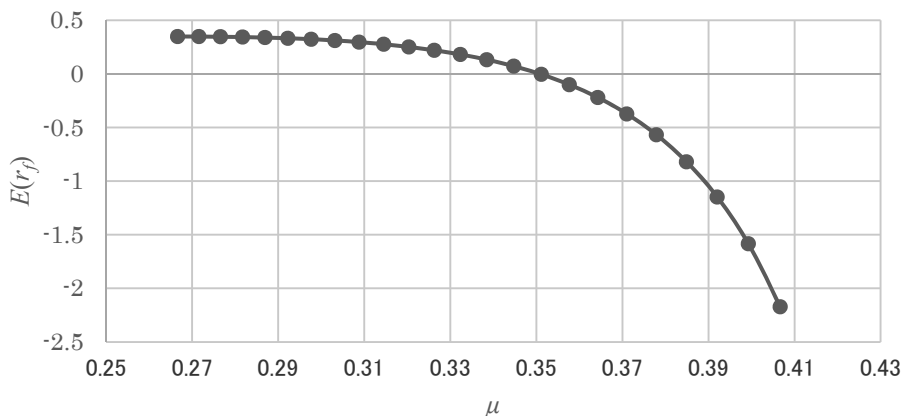


図 3. 金利期待形成シミュレーション：資本不良度 (μ) の変化

$$(E(\gamma_t)=2, \rho=0.0101, \alpha=2)$$

図 4 は、期待金利が μ の変化に対して $E(r_t)=0.02$ からどのように推移するのかを確認するために、ゼロ金利近傍における数値シミュレーションを行った結果である。なお、 α の値は前出の図 2 の数値シミュレーションで採用した $\alpha=2.6121$ を用いる。 $E(r_t)=0.02$ を初期値としているもとで、 μ が 0.26667 から $0.27161 (= 0.26667 \times 1.01852)$ へ変化したときの期待金利は -0.0548 とマイナス金

利に陥ることがわかる。図 4 の結果からわかるように、実質金利が 2%程度のプラス圏内である状況のもとでも、わずかな資本不良度の変化によってマイナス金利期待に転換し得ることが確認できるのである。

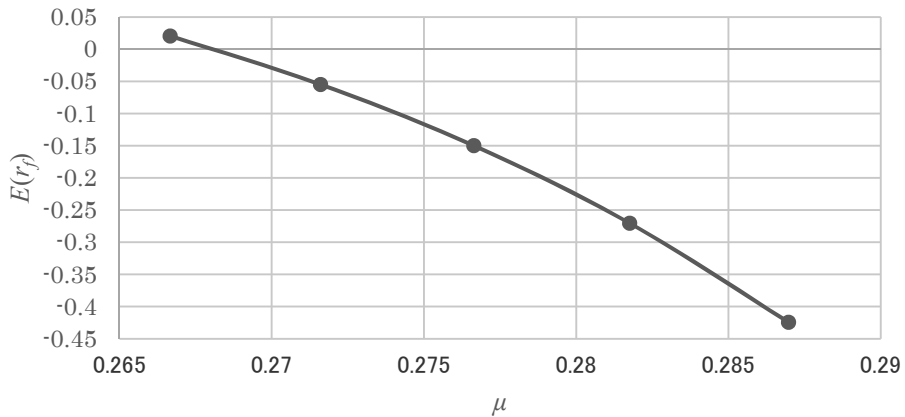


図 4. 金利期待形成シミュレーション：資本不良度 (μ) の変化

$$(E(\gamma_t) = 2, \rho = 0.0101, \alpha = 2.6121)$$

IV. おわりに

本稿では、不良資本の逆厚生効果と消費の習慣形成効果を同時に考慮した C-CAPM に基づいて、資本の不良化や家計選好が金利期待形成に与える影響について数値シミュレーションを行った。本稿の分析結果をまとめると、次のように整理される。

第 1 に、資本の不良化に伴う消費の外部効果度 (α) の上昇に対して、期待金利は低下することが示される。ただし、その低下傾向について観察すると、シミュレーション初期段階 ($\alpha \in [0, 1.5)$ 辺り) では緩やかな減少傾向を示しつつ、ほぼ横ばいで推移し、ある閾値 ($\alpha = 2$ 辺り) を超えるとその下落ペースを増しながら急速にマイナス金利期待が形成される。

第 2 に、資本不良度 (μ) の上昇に対して、期待金利は低下することが示される。消費の外部効果度 (α) に関するシミュレーション結果と同様に、金利期待はシミュレーション開始から初期段階では緩やかな低下傾向で推移し、その後、限界的な減少率を増しながら下落していく様子が示されている。

以上の結果について、不良資本の逆厚生効果のもとでの金利期待形成を考察した森澤 (2022) の結果と比較しながら検討してみよう。本分析のシミュレーション結果は、森澤 (2022) のシミュレーション結果と全体的な傾向としてはほぼ同様ではある。すなわち、低金利期待が形成されるという点において、本稿は森澤 (2022) の分析結果の再現性を確認できたといえる。その一方で、

期待金利の形成過程については、森澤（2022）ではみられない期待形成メカニズムが存在し得ることが新たに発見できた。具体的には、低金利期待の形成過程において、限界的な減少率が一律的なものになるとは限らないという点である。森澤（2022）では、資本の不良化および消費の外部効果度¹⁰⁾の上昇に対して、期待金利は感応的に低下することが示された。これに対して、消費の習慣形成効果との同時効果のもとでのシミュレーションを行った本分析では、 α の値がある閾値に至るまで期待金利の低下は比較的緩慢なペースで推移している。

このような異なる結果が起こった背景としては、本モデルにおいて消費の習慣形成効果を同時に考慮していることが関係しているものと考えられる。消費の習慣形成効果とは、現在の消費決定に際して、過去の消費パターンからの慣性が働くという考え方である。このような消費の習慣性が金利期待形成に際しても一定の変動抑制効果をもたらしたものと考えられる。そして、選好パラメータがある閾値を超えると、習慣形成効果による金利期待変動の抑制効果が薄れ、その影響で金利低下期待に対する心理的な歯止めがかからなくなるのであろう。すなわち、消費の習慣形成効果が不良資本の逆厚生効果よりも強く作用している段階から、習慣形成効果よりも不良資本の逆厚生効果が強く作用するようになる段階に移行するなかで、期待金利の形成速度が加速的に変化するのではないかと推察される。

以上の数値シミュレーションは、世界的な低金利化の契機として2007年から2008年にかけての世界金融危機に注目したうえで、1981～2008年の標本統計量に基づいて行われたものである。本稿の分析結果を概観すると、金利期待形成の観点からも長期的な低金利現象を説明し得ることが示されたと考えられる。ただし、本稿では消費の外部効果に関して仮想的な状況のもとで数値実験を行ったに過ぎないのは否めないところである。実証分析から得られた事実に基づいてより現実的な設定のもとで検証した分析結果を提示することが必要であろう。また、金利期待形成モデルからどのような政策的インプリケーションが得られるのかをより詳細に考察することも重要な論点であろう。現時点での仮説的見解としては、もし消費の外部効果度(α)の上昇が家計の将来不安を反映しているものとすれば、何らかの心理的材料(例えば、社会保障制度への懐疑など)によって将来不安の増幅は際限ないマイナス金利期待を生み出すことになってしまうことが懸念される。これらの残された分析課題については、稿を改めて取り組みたい。

引用文献、注

- 1) 長期停滞論 (Secular Stagnation) とは元来、Hansen (1939) が大恐慌後の米国経済について長期の景気低迷に陥る可能性を訴えた際に用いた学説である。近年では Summers (2013) が IMF での講演で米国における自然利子率 (中立金利) の大幅な低下の根底に、人口減少・投資減退による総需要不足の慢性化があるのでないかという問題提起として長期停滞論を唱えたことから再び脚光を浴びようになり、世界的な論争へと発展した。この辺りの事情・論点については、岩田など (2016) の第5章において要領よくま

とめられているので参照されたい。

- 2) OECD Data・Long-term interest rate URL: <https://data.oecd.org/interest/long-term-interest-rates.htm>
- 3) 「金利上昇、世界に広がる、債務膨張、負担重く、米2%台、新興国打撃も。」『日本経済新聞』2022年2月12日・朝刊1面
- 4) (6)式の時点効用関数に関する符号条件等の詳細は、森澤(2012b)の第II.2節を参照されたい。
- 5) 消費の外部性を z_t として、 $u(c_t - z_t)$ のように z_t を導入したモデルを「差分型モデル (difference model)」、 $u(c_t / z_t)$ のように z_t を導入したモデルを「比率型モデル (ratio model)」と呼ぶ。差分型モデルの先行研究には、Sundaresan (1989) や Constantinides (1990) などがある。比率型モデルの先行研究には、Abel (1990) がある。森澤 (2012b) は、森澤 (2012a) の不良資本の逆厚生効果モデルにおけるサービス・フローの定義との親和性から、差分型モデルを採用している。なお、森澤 (2013) は比率型モデルに基づいて不良資本を考慮した C-CAPM を提示している。比率型モデルでは相対的危険回避度が定数となるのに対して、差分型モデルでは(8)式のように時間可変的なパラメータとなる。差分型および比率型の両モデルの違いに関する詳細は、Campbell, Lo and MacKinlay (1997, § 8.4.1) や Campbell (2003, § 5.1) を参照されたい。
- 6) 詳細は森澤 (2012b) の第III.1節を参照されたい。
- 7) 定常均衡のもとでは、人口成長率は一定であり、かつ、家計保有資産である資本の均衡実質収益率は資本の純限界生産性に等しくなる。例えば、Barro and Sala-i-Martin (2004, § 2.2) を参照されたい。
- 8) 詳細は森澤 (2012b) の第III.2節～第III.3節を参照されたい。
- 9) 表1の各データの出所・詳細は森澤 (2012b) を参照されたい。
- 10) ただし、森澤 (2022) における消費の外部効果度は不良資本の逆厚生効果のみを反映したものである。本稿のように消費の習慣形成効果を考慮していない点に注意が必要である。

参考文献

- 岩田一政・左三川郁子・日本経済研究センター編(2016)、『マイナス金利政策』、日本経済新聞出版社。
- 森澤龍也 (2012a)、「資本の不良化と資産価格決定モデルのパズル—安全利子率パズル、リスク・プレミアム・パズル再考—」、『流通科学大学論集 経済・情報・政策編』、第20巻第2号、pp.1-24。
- 森澤龍也 (2012b)、「資本の不良化と習慣形成効果を同時に考慮した C-CAPM—差分型モデルによる考察—」、『流通科学大学論集 経済・情報・政策編』、第21巻第1号、pp.1-21。
- 森澤龍也 (2013)、「資本の不良化に伴う逆資産効果と資産価格決定—生産側情報を利用した C-CAPM による考察—」、『流通科学大学論集 経済・情報・政策編』(流通科学大学)、第21巻第2号、pp.21-34。
- 森澤龍也 (2022)、「資本の不良化と金利期待形成」、『流通科学大学論集 経済・情報・政策編』、第30巻第2号、pp.1-12。
- Abel, A. B. (1990), "Asset Prices under Habit Formation and Catching up with the Joneses," *American Economic Review* 80(2), pp.38-42.
- Barro, R. J. and X. Sala-i-Martin (2004), *Economic Growth*, 2nd ed., MIT Press. [(邦訳) 大住圭介訳 (2006) 『内生的経済成長論 (第2版) I・II』、九州大学出版会。]
- Campbell, J. Y. (2003), "Consumption-Based Asset Pricing," in G. M. Constantinides, M. Harris and R. M. Stultz eds., *Handbook of the Economics of Finance*, vol. 1B, Chapter 13, Amsterdam: Elsevier B. V., pp.803-887. [(邦訳) 木村俊夫訳 (2006)、「消費型資産価格理論」、加藤英明監訳『金融経済学ハンドブック 2 金融市場と資産

価格』第13章、丸善、pp.861-944。]

- Campbell, J. Y., A. W. Lo and A. C. MacKinlay (1997), *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton: Princeton University Press. [(邦訳) 祝迫得夫・大橋和彦・中村信弘・本多俊毅・和田賢治訳 (2003)、『ファイナンスのための計量分析』、共立出版。]
- Constantinides, G. (1990), "Habit Formation: a Resolution of the Equity Premium Puzzle," *Journal of Political Economy* 98(3), pp.519-543.
- Duesenberry, J. S. (1949), *Income, Saving and the Theory of Consumer Behavior*, Cambridge, MA: Harvard University Press. [(邦訳) 大熊一郎訳 (1955)、『所得・貯蓄・消費者行為の理論』、巖松堂書店。]
- Hansen, A. H. (1939), "Economic Progress and Delining Population Growth," *American Economic Review* 29(1), pp.1-15.
- Heaton, J. (1995), "An Empirical Investigation of Asset Pricing with Temporally Dependent Preference Specifications," *Econometrica* 63(3), pp.681-717.
- Summers, L. H. (2013), Speech at IMF Fourteenth Annual Research Conference in Honor of Stanley Fischer. (URL : <http://larrysummers.com/imf-fourteenth-annual-research-conference-in-honor-of-stanley-fischer/>)
- Sundaresan, S. M. (1989), "Intertemporally Dependent Preferences and the Volatility of Consumption and Wealth," *Review of Financial Studies* 2(1), pp.73-88.
- Mehra, R. and E. C. Prescott (1985), "The Equity Premium: A Puzzle", *Journal of Monetary Economics* 15(2), pp. 145-161.
- Modigliani, F. (1949), "Fluctuations in the Saving-Income Ratio: A Problem in Economic Forecasting," *Studies in Income and Wealth*, No.11, National Bureau of Economic Research.
- Weil, P. (1989), "The Equity Premium Puzzle and the Risk-Free Rate Puzzle," *Journal of Monetary Economics* 24(3), pp.401-421.