流通科学大学論集—経済・情報・政策編—第 20 巻第 2 号，1-24（2012）

資本の不良化と資産価格決定モデルのパズル
— 安全利子率パズル、リスク・プレミアム・パズル再考 —

The Effect of Bad Capital Stock on Puzzles in C-CAPM

森澤　龍也*
Tatsuya Morisawa

本稿は、「資本の不良化」を組み込んだ消費に基づく資産価格決定モデル（C-CAPM）において、代表的家計の効用に対してマイナスの効果を及ぼす「不良資本の逆厚生効果」が資産価格決定モデルのパズルを解消する理論的可能性について考察する。本分析での数値計算によって、資産価格決定モデルに関するパズルは一定の条件下で解消される可能性が示される。
キーワード：不良資本、安全利子率パズル、リスク・プレミアム・パズル、C-CAPM

Ⅰ．はじめに

本稿は、「資本の不良化」が生産および消費活動に対して及ぼす影響を組み込んだ「消費に基づく資産価格決定モデル（Consumption-based Capital Asset Pricing Model: 以下、C-CAPM と表記）」において、資産価格決定モデルに関する「安全利子率パズル」および「リスク・プレミアム・パズル」がどの程度解消されるかという問題について考察する。

森澤（2011*a*）において、C-CAPM に「不良債権・過剰債務の発生」を組み込むための工夫として、「資本の不良化」というアイデアを提示した。ただし、不良資本の発生を組み込むのみでは、資産価格決定モデルにおける安全利子率パズル［Weil（1989）］やリスク・プレミアム・パズル［Mehra and Prescott（1985）］を解消できないことが示された。

そこで、森澤（2011*b*）では、資本の不良化が家計の効用に負の影響を及ぼす状況を考慮することによって、資産価格決定モデルのパズルが解消される理論的可能性について考察した。家計が企業に資本をレンタルした後、当該資本の不良度が明らかになる。このような「資本の不良化」は家計の保有資産が劣化したことを意味する。この資産劣化は、家計効用に対してマイナスの心理効果を及ぼす。このような不良資本が効用に与えるマイナスの効果を、「不良資本の逆厚生効果」と呼ぶ。このモデルでは、通常の標準的なモデルと比較して、資産価格決定モデルに関するパズルを緩和する可能性が示唆されている。

---

*流通科学大学総合政策学部、〒651-2188　神戸市西区学園西町 3-1
（2011 年 8 月 23 日受理）

本稿では、森澤（2011*b*）のモデルに「不良資本の逆厚生効果度パラメータ」を新たに導入し、このモデルの選好パラメータに関する数値計算を行うことによって、安全利子率パズルおよびリスク・プレミアム・パズルが緩和される可能性について考察する。

本稿の構成は次の通りである。第Ⅱ節では、「資本の不良化」およびその「逆厚生効果」を組み込んだ C-CAPM について議論する。第Ⅲ節では、このモデルに基づいて、安全利子率パズルおよびリスク・プレミアム・パズルについて考察する。第Ⅳ節では、本稿のモデルについて、選好パラメータに関する数値計算を行い、「不良資本の逆厚生効果」がどの程度、資産価格決定モデルに関するパズルを解消するか、について検討する。第Ⅴ節では、本稿の議論をまとめる。

Ⅱ．不良資本の逆厚生効果を組み込んだ C-CAPM

本節では、資本の不良化を考慮した C-CAPM を提示する。以下のモデルで用いられる記号は、次の通りである。なお、各変数の下付き添え字 t は、時期を表す。

C_t：総消費、K_t：資本ストック、N_t：人口（労働）、$c_t \equiv C_t / N_t$：1 人当たり消費、$k_t \equiv K_t / N_t$：1 人当たり資本ストック、$n_t \equiv N_t / N_{t-1}$：人口成長率（対前期比）、μ_t（$\in [0,1]$）：資本不良度、$\widetilde{K}_t \equiv$（$1-\mu_t$）K_t：有効資本ストック、$\widetilde{k}_t \equiv \widetilde{K}_t / N_t$：一人当たり有効資本ストック、$s_t$（$\in \{1, 2, \ldots, J\}$）：状態、$\Omega_t$：$t$ 期において利用可能な情報集合、δ（定数）：資本減耗率、ρ（$\in$（$0,\infty$）、定数）：時間選好率、$\beta \equiv 1/$（$1+\rho$）（$\beta \in$（$0,1$）、定数）：主観的割引率。

1．モデルの基本的な設定

この経済において、家計は資本（K_t）と労働（N_t）を保有しており、所得のうちの消費（C_t）と貯蓄の割合を決定するものとする。一方、企業は家計から調達した資本と労働を生産要素として生産活動（Y_t）を行う。

企業は当期（t 期）の生産（Y_t）にあたって、前期末（$t-1$ 期末）［＝当期初（t 期初）］に家計からレンタルしてきた資本（K_t）を使用する。ストック変数である資本については、t 期初（$t-1$ 期末）の資本ストックを K_t と表記する。この K_t は $t-1$ 期末に借りた直後に、資本減耗とは別に一定割合 μ_t（$\in [0,1]$）で稼働不良を起こしていることが判明するものとしよう。ただし、一旦レンタルしないことには、どれだけ資本の不良化を起こしているか分からないものとする。換言すれば、家計の保有資産である K_t は、企業がそれを借りて生産を開始するときに $\mu_t K_t$ だけ資本価値が下がった不良資本である、ということが判明するのである。

そうすると実際に生産に使用可能な資本ストックは、

$$\widetilde{K}_t \equiv (1-\mu_t)K_t \tag{1}$$

と定義される。この $\widetilde{K}_t$ を生産に投入可能な資本という意味で有効資本ストックと呼ぶ[1)]。

以上のような不良資本が発生するもとで、生産活動は 1 次同次性を満たす次の生産関数で表さ

れるとしよう。

$$Y_t = F(\widetilde{K}_t, N_t) \tag{2}$$

ただし、$F'_{\widetilde{K}} \equiv \dfrac{\partial F}{\partial \widetilde{K}} > 0,\ F''_{\widetilde{K}\widetilde{K}} \equiv \dfrac{\partial^2 F}{\partial \widetilde{K}^2} < 0,\ F'_N \equiv \dfrac{\partial F}{\partial N} > 0,\ F''_{NN} \equiv \dfrac{\partial^2 F}{\partial N^2} < 0.$

この生産関数を 1 人当たりの表示に書き換えた関数は次式で与えられる。

$$y_t = F(\widetilde{k}_t, 1) \equiv f(\widetilde{k}_t) \tag{3}$$

ただし、$f'_{\widetilde{k}} \equiv \dfrac{df}{d\widetilde{k}} > 0,\ f''_{\widetilde{k}\widetilde{k}} \equiv \dfrac{d^2 f}{d\widetilde{k}^2} < 0.$ y_t は t 期における 1 人当たり生産水準（$y_t \equiv Y_t / N_t$）である。$\widetilde{k}_t$ は t 期における 1 人当たり有効資本ストックであり、

$$\widetilde{k}_t \equiv \frac{\widetilde{K}_t}{N_t} = (1 - \mu_t) k_t \tag{4}$$

と表される。k_t は t 期における 1 人当たり資本ストック（$k_t \equiv K_t / N_t$）である。

いま、将来の各状態および状態確率の構造を次のように考える。この経済モデルにおいて、初期は 0 期とする。将来の各 t 期（$t \in [1, \infty)$）において J 個の状態（$s_t \in \{1, 2, \ldots, J\}$）が起こりうるとしよう。$t$ 期の各状態 s_t は、t 期初において、生産開始に当たり K_t が投入され、μ_t が判明することによっていずれの状態が実現したか観察できると仮定する [2)]。

続いて、将来状態の生起確率を利用可能な情報集合に基づく条件付き確率によって定義しよう。h 期（$h \in [0, \infty)$）において利用可能な情報集合 Ω_h の条件のもとで、状態 $s_t \in \{1, 2, \ldots, J\}$ が実現する確率を π_h（s_t）と定義する。

$$\pi_h(s_t) \equiv \pi(s_t \mid \Omega_h) \geq 0,\ \ for\ \ s_t \in [1, J]\ \ and\ \ h \in [0, \infty). \tag{5}$$

ただし、$\sum_{s_t=1}^{J} \pi_h(s_t) = 1$ である。すなわち、$\pi_h(s_t)$ の総和は 1 に等しい。

マクロ経済的な観点から、生産物は消費、設備投資に振り分けられる。

$$F(\widetilde{K}_t, N_t) = C_t + K_{t+1} - (1 - \delta)\widetilde{K}_t \tag{6}$$

ただし、C_t：t 期における総消費、δ：資本減耗率（定数）、である。

支出項目の合計式（6）式を 1 人当たり表示に変換すると、

$$f(\widetilde{k}_t) = c_t + n_{t+1} k_{t+1} - (1 - \delta)\widetilde{k}_t \tag{7}$$

となる。ただし、c_t は t 期における 1 人当たり消費（$c_t \equiv C_t / N_t$）、n_{t+1} は t+1 期の人口成長率（対前期比：$n_{t+1} \equiv N_{t+1} / N_t$）、である。なお、労働（＝人口）$N_t$ は各状態 s_t に依存しないものとする。すなわち、

$$N_t(s_t) = N_t \quad \forall s_t \in \{1, 2, \ldots, J\} \tag{8}$$

と仮定する [3)]。

２．家計効用および選好パラメータ

本節では、資本の不良化が代表的家計の効用に与える影響について考察する。森澤（2011*b*）では、当該期の効用に対して資本不良度がマイナスの影響を与えうる「不良資本の逆厚生効果」について考察した。このアイデアのもとで、時点効用関数は次のように定式化される[4)]。

$$u(X_t) = u\left[(1-\alpha\mu_t)c_t\right] \tag{9}$$

$$X_t \equiv (1-\alpha\mu_t)c_t \tag{10}$$

ただし、α：不良資本の逆厚生効果の程度を表すパラメータ（定数、$\alpha\in[0,1]$）、である。

このモデルでは、資本不良度でウェイト付けした消費の負値（$-\mu_t c_t$）が資本の不良化に伴う一種の逆資産効果として作用すると考えている。この効果は不良資本による家計効用へのマイナス効果であることから、森澤（2011*b*）において「不良資本の逆厚生効果」と呼ばれている[5)]。パラメータ α は、不良資本の逆厚生効果の大きさを表す。（10）式で定義されている X_t については、時点効用にプラスの厚生効果を与えるという意味で有効消費と呼ぶ。要するに、このモデルでは時点効用関数を有効消費に関する関数として定義する。

さて、（9）式の時点効用関数は次の性質を満たすものとする。すなわち、有効消費 X_t に関する導関数について、

$$\begin{aligned} u'_{X,t} &\equiv \frac{du(X_t)}{dX_t} > 0 \\ u''_{X,t} &\equiv \frac{d^2u(X_t)}{(dX_t)^2} < 0 \\ u'''_{X,t} &\equiv \frac{d^3u(X_t)}{(dX_t)^3} > 0 \end{aligned} \tag{11}$$

という符号条件を満たしているものと仮定する。上の関係と $\alpha\in[0,1]$および $\mu_t\in[0,1]$という仮定のもとで、時点効用関数（9）式は、消費 c_t に関する導関数について、

$$\begin{aligned} u'_{c,t} &\equiv \frac{\partial u(X_t)}{\partial c_t} = (1-\alpha\mu_t)u'_{X,t} > 0 \\ u''_{c,t} &\equiv \frac{\partial^2 u(X_t)}{(\partial c_t)^2} = (1-\alpha\mu_t)^2 u''_{X,t} < 0 \\ u'''_{c,t} &\equiv \frac{\partial^3 u(X_t)}{(\partial c_t)^3} = (1-\alpha\mu_t)^3 u'''_{X,t} > 0 \end{aligned} \tag{12}$$

という符号条件を満たす。

（11）式および（12）式の意味するところは、時点効用関数（9）式は消費に関して厳密に凹であり、限界効用関数は消費に関して厳密に凸である、ということである。換言すると、これは危険回避的な消費者行動を想定していることを意味する[6)]。

Arrow（1951）および Pratt（1964）は、消費者の危険回避の程度を測る手法として、次のような相対的危険回避度（relative risk aversion）と呼ばれている尺度を提示した[7)]。

$$\gamma_t \equiv -\frac{u''_{c,t} c_t}{u'_{c,t}} \tag{13}$$

また、Kimball（1990）は、将来の消費変動の不確実性に伴う予備的貯蓄動機を測る方法として、相対的危険回避度と類似した次のような尺度を提案した。

$$\varepsilon_t \equiv -\frac{u'''_{c,t} c_t}{u''_{c,t}} \tag{14}$$

この ε_t は、相対的慎重度　(相対的プルーデンス; relative prudence）と呼ばれている [8)]。相対的慎重度は、将来の消費変動に備える予備的貯蓄が効用関数の 3 階微分に反映されることを示している [9)]。

（12）式の関係より、（13）式および（14）式の選好パラメータは、次のように表すことができる。

$$\gamma_t = -\frac{u''_{X,t}(1-\alpha\mu_t)c_t}{u'_{X,t}} = -\frac{u''_{X,t} X_t}{u'_{X,t}} \tag{15}$$

$$\varepsilon_t = -\frac{u'''_{X,t}(1-\alpha\mu_t)c_t}{u''_{X,t}} = -\frac{u'''_{X,t} X_t}{u''_{X,t}} \tag{16}$$

３． 代表的家計の最適化問題

本節では、北村・藤木（1997）の「生産側情報を利用した C-CAPM」に基づき、資本の不良化が資産価格決定に与える影響を分析する。代表的家計は予算制約のもとで、現在（0 期）から将来にかけての消費から得られる期待効用の割引現在価値が最大になるように消費支出と資産保有を選択する、としよう。これを定式化すると、次の数学的問題になる [10)]。

$$\max_{c_t, k_{t+1}} \quad u(X_0) + \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{s_t=1}^{J} \beta^t \cdot u\big(X_t(s_t)\big) \cdot \pi_0(s_t)$$

$$\text{subject to} \quad f\big(\tilde{k}_t(s_t)\big) = c_t(s_t) + n_{t+1} \cdot k_{t+1}(s_{t+1}) - (1-\delta) \cdot \tilde{k}_t(s_t) \tag{7}$$

$$\tilde{k}_t(s_t) = \big(1-\mu_t(s_t)\big) \cdot k_t(s_t) \tag{4}$$

$$X_t(s_t) = \big(1-\alpha \cdot \mu_t(s_t)\big) \cdot c_t(s_t) \tag{10}$$

ただし、ρ（∈（0,∞）、定数）：時間選好率、$\beta \equiv 1/(1+\rho)$　（β∈（0,1）、定数）：主観的割引率、である。

この問題を解くためのラグランジュ関数は次のように設定される。

$$\begin{aligned} L = {} & u(X_0) + \lambda_0\Big(f\big(\tilde{k}_0\big) - c_0 - n_1 \cdot k_1 + (1-\delta) \cdot \tilde{k}_0\Big) \\ & + \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{s_t=1}^{J} \beta^t \Big[u\big(X_t(s_t)\big) + \lambda_t\Big(f\big(\tilde{k}_t(s_t)\big) - c_t(s_t) - n_{t+1} \cdot k_{t+1}(s_{t+1}) + (1-\delta) \cdot \tilde{k}_t(s_t)\Big)\Big] \pi_0(s_t) \end{aligned} \tag{17}$$

ただし、$\{\lambda_t\}_{t=0}^{\infty}$ はラグランジュ乗数の系列である。

このとき、最大化のための一階の条件は以下のようになる。

$$c_t(s_t):\quad \left(1-\alpha\cdot\mu_t(s_t)\right)\cdot u'_{X,t}(s_t)-\lambda_t=0\quad for\ \ t\in[0,\infty)\ \ and\ \ s_t\in\{1,2,...,J\} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} k_{t+1}(s_{t+1}):\quad & \lambda_t\cdot n_{t+1}\cdot\pi_t(s_t) \\ & -\beta\cdot\lambda_{t+1}\cdot\left(1-\mu_{t+1}(s_{t+1})\right)\left(1+f'_{\tilde{k},t+1}(s_{t+1})-\delta\right)\cdot\pi_t(s_{t+1})=0 \\ & for\ \ t\in[0,\infty)\ \ and\ \ s_t,s_{t+1}\in\{1,2,...,J\} \end{aligned} \tag{19}$$

ただし、$u'_{X,t}(s_t)\equiv\dfrac{du\left(X_t(s_t)\right)}{dX_t(s_t)}$, $f'_{\tilde{k},t+1}(s_{t+1})\equiv\dfrac{df\left(\tilde{k}_{t+1}(s_{t+1})\right)}{d\tilde{k}_{t+1}(s_{t+1})}$.

（19）式に（18）式を代入して整理すると、次の関係が得られる。

$$\begin{aligned} &\beta\frac{\left(1-\alpha\cdot\mu_{t+1}(s_{t+1})\right)u'_{X,t+1}(s_{t+1})}{\left(1-\alpha\cdot\mu_t(s_t)\right)u'_{X,t}(s_t)}\left(1-\mu_{t+1}(s_{t+1})\right)\left(1+f'_{\tilde{k},t+1}(s_{t+1})-\delta\right)\cdot\pi_t(s_{t+1})-n_{t+1}\cdot\pi_t(s_t)=0 \\ &for\ \ t\in[0,\infty)\ \ and\ \ s_t,s_{t+1}\in\{1,2,...,J\} \end{aligned} \tag{20}$$

（20）式の期待値をとると、

$$\begin{aligned} &\beta\sum_{s_{t+1}=1}^{J}\frac{\left(1-\alpha\cdot\mu_{t+1}(s_{t+1})\right)u'_{X,t+1}(s_{t+1})}{\left(1-\alpha\cdot\mu_t(s_t)\right)u'_{X,t}(s_t)}\left(1-\mu_{t+1}(s_{t+1})\right)\left(1+f'_{\tilde{k},t+1}(s_{t+1})-\delta\right)\cdot\pi_t(s_{t+1})-n_{t+1}=0 \\ &for\ \ t\in[0,\infty) \end{aligned} \tag{21}$$

が成立する。（21）式はオイラー方程式と呼ばれる関係であり、均衡資産収益率の決定式である。

ここで、確率変数 x_t に関する条件付き期待値オペレータを

$$E_h\left\{x_t\middle|\Omega_h\right\}\equiv\sum_{s_{t+j}=1}^{J}x_t(s_{t+j})\cdot\pi_h(s_{t+j})\quad for\ \ t\in[1,\infty),\ \ j\in[0,\infty),\ \ and\ \ h\in[0,\infty) \tag{22}$$

と定義すると、オイラー方程式（21）式は

$$E_t\left\{\beta\frac{\left(1-\alpha\mu_{t+1}\right)u'_{X,t+1}}{\left(1-\alpha\mu_t\right)u'_{X,t}}\left(1-\mu_{t+1}\right)\left(1+f'_{\tilde{k},t+1}-\delta\right)-n_{t+1}\middle|\Omega_t\right\}=0\quad for\ \ t\in[0,\infty) \tag{23}$$

と表すことができる。

Ⅲ．資産価格決定モデルに関するパズル

本節では、資本の不良化を考慮したモデルについて、期待実質資産収益率の決定メカニズムを導出する。続いて、この関係から資産価格決定モデルにおいてよく知られている安全利子率パズル、および、リスク・プレミアム・パズルを概観し、本稿のモデルがこれらのパズルを解消し得る理論的条件について考察する。

１．実質資産収益率の決定メカニズム

ここで、人口は一定（n_{t+1} = 1）であり、家計保有資産である資本の実質資産収益率 r_{t+1} は有効資本の純限界生産性に等しい、としよう [11)]。

$$r_{t+1} = f'_{\tilde{k},t+1} - \delta \quad for \;\; t \in [0, \infty) \tag{24}$$

以上の関係を考慮すると、前節で導出されたオイラー方程式（21）式は、

$$\beta \sum_{s_{t+1}=1}^{J} \frac{\left(1-\alpha \cdot \mu_{t+1}(s_{t+1})\right)u'_{X,t+1}(s_{t+1})}{\left(1-\alpha \cdot \mu_{t}(s_{t})\right)u'_{X,t}(s_{t})}\left(1-\mu_{t+1}(s_{t+1})\right)\left(1+r_{t+1}(s_{t+1})\right)\cdot \pi_t(s_{t+1}) - 1 = 0 \quad for \;\; t \in [0, \infty) \tag{25}$$

と表され、期待値オペレータ表現のオイラー方程式（23）式は、

$$E_t\left\{\beta \frac{\left(1-\alpha\mu_{t+1}\right)u'_{X,t+1}}{\left(1-\alpha\mu_{t}\right)u'_{X,t}}\left(1-\mu_{t+1}\right)\left(1+r_{t+1}\right)-1 \middle| \Omega_t\right\} = 0 \quad for \;\; t \in [0, \infty) \tag{26}$$

と表される。

このオイラー方程式についてテイラー展開を行うことによって、実質資産収益率の決定式を導出しよう。まず、そのための準備として、オイラー方程式について、次のような関係を定義する。

$$\begin{aligned} & v\left(c_{t+1}(s_{t+1}),\, \mu_{t+1}(s_{t+1}),\, r_{t+1}(s_{t+1}),\, \rho\right) \\ & \equiv \frac{1}{1+\rho}\frac{\left(1-\alpha \cdot \mu_{t+1}(s_{t+1})\right)u'_{X,t+1}(s_{t+1})}{\left(1-\alpha \cdot \mu_{t}(s_{t})\right)u'_{X,t}(s_{t})}\left(1-\mu_{t+1}(s_{t+1})\right)\left(1+r_{t+1}(s_{t+1})\right)\cdot \pi_t(s_{t+1}) \\ & \quad for \;\; t \in [0, \infty) \;\; and \;\; s_{t+1} \in \{1, 2, ..., J\} \end{aligned} \tag{27}$$

ちなみに、（27）式について期待値をとった式は、オイラー方程式（25）式と同値になる。すなわち、（25）式と（27）式より、

$$\sum_{s_{t+1}=1}^{J} v\left(c_{t+1}(s_{t+1}),\, \mu_{t+1}(s_{t+1}),\, r_{t+1}(s_{t+1}),\, \rho\right) = 1 \quad for \;\; t \in [0, \infty) \tag{28}$$

という関係が成り立つ。

（27）式を $c_{t+1}, \mu_{t+1}, r_{t+1}, \rho$ についてテイラー展開すると、次のような近似式を得ることができる[12)]。

$$\begin{aligned} & v\left(c_{t+1}(s_{t+1}),\, \mu_{t+1}(s_{t+1}),\, r_{t+1}(s_{t+1}),\, \rho\right) \\ & \cong \left(1-\mu_t(s_t)\right)\cdot \pi_t(s_{t+1})\cdot \Bigg\{1 + r_{t+1}(s_{t+1}) - \rho - \gamma_t(s_t)\frac{\Delta c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)} \\ & \quad + \frac{\gamma_t(s_t)\cdot \varepsilon_t(s_t)}{2}\left(\frac{\Delta c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)}\right)^2 + \frac{\alpha \cdot \mu_t(s_t)}{1-\alpha \cdot \mu_t(s_t)}\left[\gamma_t(s_t) + \frac{\alpha\left(2\mu_t(s_t)-1\right)-1}{1-\alpha \cdot \mu_t(s_t)}\right]\frac{\Delta\mu_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t)} \\ & \quad + \frac{\alpha\left(\mu_t(s_t)\right)^2}{2\left(1-\alpha \cdot \mu_t(s_t)\right)}\left\{\gamma_t(s_t)\left[\frac{\alpha}{1-\alpha \cdot \mu_t(s_t)}\left(\varepsilon_t(s_t)-2\right) - \frac{2}{1-\mu_t(s_t)}\right] + \frac{2}{1-\mu_t(s_t)}\right\}\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t)}\right)^2 \\ & \quad - \mu_t(s_t)\cdot \gamma_t(s_t)\left[\frac{\alpha}{1-\alpha \cdot \mu_t(s_t)}\left(\varepsilon_t(s_t)-2\right) - \frac{1}{1-\mu_t(s_t)}\right]\frac{\Delta c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)}\frac{\Delta\mu_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t)}\Bigg\} \\ & \quad for \;\; t \in [0, \infty) \;\; and \;\; s_{t+1} \in [1, J] \end{aligned} \tag{29}$$

ただし、$\Delta c_{t+1}(s_{t+1}) \equiv c_{t+1}(s_{t+1}) - c_t(s_t),\; \Delta\mu_{t+1}(s_{t+1}) \equiv \mu_{t+1}(s_{t+1}) - \mu_t(s_t)$ である。

（29）式について期待値をとった式に、（28）式の関係を用いると、次の近似式が得られる。

$$
\begin{aligned}
&1-\rho+\sum_{s_{t+1}=1}^{J}\pi_t(s_{t+1})\Bigg\{r_{t+1}(s_{t+1})-\gamma_t(s_t)\frac{\Delta c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)}\\
&\quad+\frac{\gamma_t(s_t)\cdot\varepsilon_t(s_t)}{2}\left(\frac{\Delta c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)}\right)^2+\frac{\alpha\cdot\mu_t(s_t)}{1-\alpha\cdot\mu_t(s_t)}\left[\gamma_t(s_t)+\frac{\alpha\left(2\mu_t(s_t)-1\right)-1}{1-\alpha\cdot\mu_t(s_t)}\right]\frac{\Delta\mu_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t)}\\
&\quad+\frac{\alpha\left(\mu_t(s_t)\right)^2}{2\left(1-\alpha\cdot\mu_t(s_t)\right)}\left\{\gamma_t(s_t)\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\cdot\mu_t(s_t)}\left(\varepsilon_t(s_t)-2\right)-\frac{2}{1-\mu_t(s_t)}\right]+\frac{2}{1-\mu_t(s_t)}\right\}\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t)}\right)^2\\
&\quad-\mu_t(s_t)\cdot\gamma_t(s_t)\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\cdot\mu_t(s_t)}\left(\varepsilon_t(s_t)-2\right)-\frac{1}{1-\mu_t(s_t)}\right]\frac{\Delta c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)}\frac{\Delta\mu_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t)}\Bigg\}\cong\left(1-\mu_t(s_t)\right)^{-1}\\
&\quad\quad for\ \ t\in[0,\infty)
\end{aligned}
\tag{30}
$$

ここで、確率変数 x_t に関する条件付き分散オペレータを

$$
\begin{aligned}
&Var_h\left\{x_t\middle|\Omega_h\right\}\equiv\sum_{s_{t+j}=1}^{J}\left(x_t(s_{t+j})-E_h\left\{x_t\middle|\Omega_h\right\}\right)\cdot\pi_h(s_{t+j})\\
&\quad for\ \ t\in[1,\infty),\ \ j\in[0,\infty),\ \ and\ \ \ h\in[0,\infty)
\end{aligned}
\tag{31}
$$

と定義し、確率変数 x_t, y_t に関する条件付き共分散オペレータを

$$
\begin{aligned}
&Cov_h\left\{x_t,y_t\middle|\Omega_h\right\}\equiv\sum_{s_{t+j}=1}^{J}\left(x_t(s_{t+j})-E_h\left\{x_t\middle|\Omega_h\right\}\right)\left(y_t(s_{t+j})-E_h\left\{y_t\middle|\Omega_h\right\}\right)\cdot\pi_h(s_{t+j})\\
&\quad for\ \ t\in[1,\infty),\ \ j\in[0,\infty),\ \ and\ \ \ h\in[0,\infty)
\end{aligned}
\tag{32}
$$

と定義する。

（30）式を期待実質収益率について整理し、さらに期待値オペレータ（22）式、分散オペレータ（31）式、および共分散オペレータ（32）式を用いると、

$$
\begin{aligned}
E_t\left(r_{t+1}\middle|\Omega_t\right)\cong\ &\rho+\frac{\mu_t}{1-\mu_t}+\gamma_t\cdot E_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\middle|\Omega_t\right)-\frac{\gamma_t\cdot\varepsilon_t}{2}\cdot Var_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\middle|\Omega_t\right)\\
&-\frac{\alpha\mu_t}{1-\alpha\mu_t}\left[\gamma_t+\frac{\alpha(2\mu_t-1)-1}{\alpha(1-\mu_t)}\right]\cdot E_t\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right)\\
&-\frac{\alpha\mu_t^2}{2(1-\alpha\mu_t)}\left\{\gamma_t\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\varepsilon_t-2)-\frac{2}{1-\mu_t}\right]+\frac{2}{1-\mu_t}\right\}\cdot Var_t\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right)\\
&+\mu_t\gamma_t\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\varepsilon_t-2)-\frac{1}{1-\mu_t}\right]\cdot Cov_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t},\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right)\quad for\ \ t\in[0,\infty)
\end{aligned}
\tag{33}
$$

という関係が成り立つ [13)]。この（33）式が期待実質資産収益率の決定式である。

（33）式より、均衡における期待実質収益率は、消費成長率の平均および分散、資本不良度変化率の平均および分散、消費成長率と資本不良度変化率の共分散、資本不良度、並びに、消費者の選好パラメータ（時間選好率、相対的危険回避度、相対的慎重度、不良資本の逆厚生効果度）といった各要因によって説明されることがわかる。

２．安全利子率パズル

さて、ここでいま一度、オイラー方程式（26）式の含意についてみておこう。金融経済学（financial economics）の慣例に従って、（26）式を次のように表現し直そう。

$$E_t\left[m_{t+1}\left(1+r_{t+1}\right)-1\middle|\Omega_t\right]=0 \quad for \quad t\in[0,\infty) \tag{34}$$

$$m_{t+1}=\beta\frac{\left(1-\alpha\mu_{t+1}\right)u'_{X,t+1}}{\left(1-\alpha\mu_t\right)u'_{X,t}}\left(1-\mu_{t+1}\right) \quad for \quad t\in[0,\infty) \tag{35}$$

（35）式の m_{t+1} は、確率的割引要素（stochastic discount factor）、あるいは、異時点間の限界代替率（intertemporal marginal rate of substitution）と呼ばれている。確率的割引要素 m_{t+1} は当該資産がもたらす将来収益を現在価値に割り引く役割を果たす。

（34)式のように､確率的割引要素と粗収益率との積の期待値が 1 に等しくなるという関係は、金融経済学において、裁定機会（arbitrage opportunity）がないときにすべての資産価格決定理論で共通して得られる一般的な結論である [14)]。Hansen and Richard（1987）が指摘したように、m_{t+1} は背景にある理論によって多様な関数形をとり、その理論を特徴づける。いわば「不良資本の逆厚生効果」を考慮した本稿のモデルでは、m_{t+1} が（35）式のように決定されるのである。

そして、完備市場（complete markets）では、各家計の固有ショック（idiosyncratic shock）が資産市場での相互取引によって取り除かれるため、確率的割引要素 m_{t+1} は一意に決定される [15)]。これは、完備市場の想定のもとでは、他の資産収益率に関するオイラー方程式についても、同一の確率的割引要素が成り立つことを含意する。

そこで、安全資産の実質収益率 $r_{f,t+1}$ について、オイラー方程式（26）式を次のように書き直すことができる [16)]。

$$\left(1+r_{f,t+1}\right)\cdot E_t\left\{\beta\frac{\left(1-\alpha\mu_{t+1}\right)u'_{X,t+1}}{\left(1-\alpha\mu_t\right)u'_{X,t}}\left(1-\mu_{t+1}\right)\middle|\Omega_t\right\}=1 \quad for \quad t\in[0,\infty) \tag{36}$$

前節と同様、安全資産収益率に関するオイラー方程式（36）式を、$c_{t+1}, \mu_{t+1}, r_{f,t+1}, \rho$ についてテイラー展開して、$r_{f,t+1}$ について整理すると、次の安全資産収益率の決定式が導出される。

$$\begin{aligned} r_{f,t+1} \cong\ & \rho+\frac{\mu_t}{1-\mu_t}+\gamma_t\cdot E_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\middle|\Omega_t\right)-\frac{\gamma_t\cdot\varepsilon_t}{2}\cdot Var_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\middle|\Omega_t\right) \\ & -\frac{\alpha\mu_t}{1-\alpha\mu_t}\left[\gamma_t+\frac{\alpha(2\mu_t-1)-1}{\alpha(1-\mu_t)}\right]\cdot E_t\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right) \\ & -\frac{\alpha\mu_t^2}{2(1-\alpha\mu_t)}\left\{\gamma_t\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\varepsilon_t-2)-\frac{2}{1-\mu_t}\right]+\frac{2}{1-\mu_t}\right\}\cdot Var_t\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right) \\ & +\mu_t\gamma_t\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\varepsilon_t-2)-\frac{1}{1-\mu_t}\right]\cdot Cov_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t},\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right) \quad for \quad t\in[0,\infty) \end{aligned} \tag{37}$$

（37）式は各期成立していることから、長期間を通じて平均すると次のような関係が成り立つ。

$$
\begin{aligned}
E\left(r_{f,t+1}\right) \cong\ & \rho + \frac{\mu_t}{1-\mu_t} + \gamma_t \cdot E\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\right) - \frac{\gamma_t \cdot \varepsilon_t}{2} \cdot Var\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\right) \\
& - \frac{\alpha \mu_t}{1-\alpha\mu_t}\left[\gamma_t + \frac{\alpha(2\mu_t - 1) - 1}{\alpha(1-\mu_t)}\right] \cdot E\left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t}\right) \\
& - \frac{\alpha \mu_t^2}{2(1-\alpha\mu_t)}\left\{\gamma_t\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\varepsilon_t - 2) - \frac{2}{1-\mu_t}\right] + \frac{2}{1-\mu_t}\right\} \cdot Var\left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t}\right) \\
& + \mu_t \gamma_t \left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\varepsilon_t - 2) - \frac{1}{1-\mu_t}\right] \cdot Cov\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}, \frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t}\right) \quad for\ \ t \in [0, \infty)
\end{aligned}
\tag{38}
$$

この関係は長期にわたる実質安全利子率の決定メカニズムを表している。（38）式では、条件付き期待値ではなく、非条件付き期待値で定義されていることに注意されたい。

（38）式について、資本の不良化を考慮しなければ（$\mu_t = 0$）、次式が成り立つ。

$$
E\left(r_{f,t+1}\right) \cong \rho + \gamma_t \cdot E\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\right) - \frac{\gamma_t \cdot \varepsilon_t}{2} \cdot Var\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\right) \quad for\ \ t \in [0, \infty) \tag{39}
$$

この（39）式は、通常の標準的なモデルにおける実質安全利子率の決定式である。（39）式については、米国をはじめとする資本主義先進国において現実に観察される非常に低い平均実質利子率を説明することができないという問題が指摘されている。

例えば、米国における過去 1 世紀（1891~1997 年）のデータによると、安全資産と目されている財務省短期証券の平均実質利子率は年率 2.020%、実質消費の平均消費成長率は年率 1.760%、その分散は 0.1035%である [17]。選好パラメータについては、先行研究によると、主観的割引率 β は大体 0.9 近辺、相対的危険回避度 γ はおよそ 1~10 辺り [18] が現実的に妥当な値である。

以上を踏まえて、（39）式の予測力を確かめよう。後述の CRRA 型効用関数 [19] に特定化した（39）式について、上記の標本統計量を用いて選好パラメータに関する数値計算を行うと、次のような結果が得られる。時間選好率 $\rho = 0.10101$（$\beta = 0.99$）と設定して、γ を数値計算によって求めると、$\gamma = 0.599, 32.399$（$\varepsilon = 1.599, 33.399$）が得られる。他方、$\gamma = 10$（$\varepsilon = 11$）と設定して、$\rho$ を数値計算によって求めると、$\rho = -0.099$（$\beta = 1.109$）となる。

すなわち、実際の消費成長率の平均や分散を（39）式の右辺に代入して 2%台の実質利子率を導くために、γ_t や ε_t が相当過大な正値になるか、ρ が過大な負値になる必要がある。ただし、これらの選好パラメータの値は非現実的なものである。現実的に妥当と考えられる選好パラメータのもとでは、（39）式に基づいた実質利子率の予測値とその現実値は大きく乖離してしまう。要するに、標準的な資産価格決定モデルでは、長期にわたる平均実質利子率の動きを説明できないことになる。これが Weil（1989）等によって指摘された安全利子率パズル（risk-free rate puzzle）である。

一方、不良資本の逆厚生効果を考慮した（38）式では、標準モデルにおける期待実質利子率（39）式に

$$\frac{\mu_t}{1-\mu_t}-\frac{\alpha\mu_t}{1-\alpha\mu_t}\left[\gamma_t+\frac{\alpha(2\mu_t-1)-1}{\alpha(1-\mu_t)}\right]\cdot E\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right)$$
$$-\frac{\alpha\mu_t^2}{2(1-\alpha\mu_t)}\left\{\gamma_t\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\varepsilon_t-2)-\frac{2}{1-\mu_t}\right]+\frac{2}{1-\mu_t}\right\}\cdot Var\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right) \tag{40}$$
$$+\mu_t\gamma_t\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\varepsilon_t-2)-\frac{1}{1-\mu_t}\right]\cdot Cov\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t},\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right)$$

の各項が加わっている。

いま μ_t が一定期間上昇し、消費変動と資本不良度変動の間に負の相関があるとしよう。また、γ_t や ε_t は十分大きい正の値をとるものとする。すなわち、

$$E\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right)>0,\ Cov\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t},\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right)<0,\ \gamma_t>1,\ \varepsilon_t>2. \tag{41}$$

が成り立つ状況を考える。このとき、（40）式の第 2 項から第 4 項の符号はマイナスとなる。この状況のもとで、

$$\frac{\mu_t}{1-\mu_t}<\frac{\alpha\mu_t}{1-\alpha\mu_t}\left[\gamma_t+\frac{\alpha(2\mu_t-1)-1}{\alpha(1-\mu_t)}\right]\cdot E\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right)$$
$$+\frac{\alpha\mu_t^2}{2(1-\alpha\mu_t)}\left\{\gamma_t\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\varepsilon_t-2)-\frac{2}{1-\mu_t}\right]+\frac{2}{1-\mu_t}\right\}\cdot Var\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right) \tag{42}$$
$$-\mu_t\gamma_t\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\varepsilon_t-2)-\frac{1}{1-\mu_t}\right]\cdot Cov\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t},\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right)$$

が成立するならば、（38）式から予測される平均実質利子率は、（39）式のそれと比較して、幾ばくか低く抑えられた値になる。つまり、（38）式のもとでは、安全利子率パズルについて、ある程度は緩和される可能性を見出し得るのである。

３．リスク・プレミアム・パズル

前節では、C-CAPM に基づく安全利子率の決定メカニズムにおいて、資本主義先進国での低い平均安全利子率を説明できないというパズルを考察した。続いて、リスク・プレミアムの決定メカニズムに関するパズルを検討しよう。

リスク・プレミアムの決定式を導出するために、危険資産を代表させる意味で株式市場全体の平均収益率、いわゆる、マーケット・ポートフォリオ収益率の決定式を導出しよう。マーケット・ポートフォリオの実質収益率 $r_{m,t+1}$ について、オイラー方程式（26）式を次のように書き直すことができる

$$E_t\left\{\beta\frac{(1-\alpha\mu_{t+1})u'_{X,t+1}}{(1-\alpha\mu_t)u'_{X,t}}(1-\mu_{t+1})(1+r_{m,t+1})\middle|\Omega_t\right\}=1 \quad for\ \ t\in[0,\infty) \tag{43}$$

前節と同様、マーケット・ポートフォリオ収益率に関するオイラー方程式（43）式を、$c_{t+1}, \mu_{t+1}, r_{m,t+1}, \rho$ についてテイラー展開して、$r_{m,t+1}$ の期待値について整理すると、次のマーケット・ポートフォリオ収益率の決定式が導出される[20]。

$$
\begin{aligned}
E_t\left(r_{m,t+1}\middle|\Omega_t\right) \cong{}& \rho + \frac{\mu_t}{1-\mu_t} + \gamma_t \cdot E_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\middle|\Omega_t\right) - \frac{\gamma_t \cdot \varepsilon_t}{2} \cdot Var_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\middle|\Omega_t\right) \\
&- \frac{\alpha\mu_t}{1-\alpha\mu_t}\left[\gamma_t + \frac{\alpha(2\mu_t-1)-1}{\alpha(1-\mu_t)}\right] \cdot E_t\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right) \\
&- \frac{\alpha\mu_t^2}{2(1-\alpha\mu_t)}\left\{\gamma_t\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\varepsilon_t-2) - \frac{2}{1-\mu_t}\right] + \frac{2}{1-\mu_t}\right\} \cdot Var_t\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right) \\
&+ \mu_t\gamma_t\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\varepsilon_t-2) - \frac{1}{1-\mu_t}\right] \cdot Cov_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}, \frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right) \\
&+ \gamma_t \cdot Cov_t\left(r_{m,t+1}, \frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\middle|\Omega_t\right) \\
&- \frac{\alpha\mu_t}{1-\alpha\mu_t}\left[\gamma_t + \frac{\alpha(2\mu_t-1)-1}{\alpha(1-\mu_t)}\right] \cdot Cov_t\left(r_{m,t+1}, \frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right) \quad for\ \ t \in [0,\infty)
\end{aligned} \tag{44}
$$

（44）式は各期成立していることから、長期間を通じて平均すると次のような関係が成り立つ。

$$
\begin{aligned}
E\left(r_{m,t+1}\right) \cong{}& \rho + \frac{\mu_t}{1-\mu_t} + \gamma_t \cdot E\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\right) - \frac{\gamma_t \cdot \varepsilon_t}{2} \cdot Var\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\right) \\
&- \frac{\alpha\mu_t}{1-\alpha\mu_t}\left[\gamma_t + \frac{\alpha(2\mu_t-1)-1}{\alpha(1-\mu_t)}\right] \cdot E\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right) \\
&- \frac{\alpha\mu_t^2}{2(1-\alpha\mu_t)}\left\{\gamma_t\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\varepsilon_t-2) - \frac{2}{1-\mu_t}\right] + \frac{2}{1-\mu_t}\right\} \cdot Var\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right) \\
&+ \mu_t\gamma_t\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\varepsilon_t-2) - \frac{1}{1-\mu_t}\right] \cdot Cov\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}, \frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right) \\
&+ \gamma_t \cdot Cov\left(r_{m,t+1}, \frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\right) \\
&- \frac{\alpha\mu_t}{1-\alpha\mu_t}\left[\gamma_t + \frac{\alpha(2\mu_t-1)-1}{\alpha(1-\mu_t)}\right] \cdot Cov\left(r_{m,t+1}, \frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right) \quad for\ \ t \in [0,\infty)
\end{aligned} \tag{45}
$$

この（45）式では、条件付き期待値ではなく、非条件付き期待値で定義されていることに注意されたい。

リスク・プレミアムとは、危険資産の安全資産に対する期待超過収益率である。ここでのリスク・プレミアムは、マーケット・ポートフォリオ収益率と安全利子率の差として定式化される。よって、マーケット・ポートフォリオ収益率の決定式（45）式の各辺から、安全利子率の決定式（38）式の各辺を引くと、

$$E\left(r_{m,t+1}\right)-E\left(r_{f,t+1}\right)\cong\gamma_t\cdot Cov\left(r_{m,t+1},\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\right)-\frac{\alpha\mu_t}{1-\alpha\mu_t}\left[\gamma_t+\frac{\alpha(2\mu_t-1)-1}{\alpha(1-\mu_t)}\right]\cdot Cov\left(r_{m,t+1},\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right)\quad for\ \ t\in[0,\infty) \tag{46}$$

が得られる。この関係はリスク・プレミアムの決定メカニズムを表している。

（46）式について、資本の不良化を考慮しなければ（$\mu_t=0$）、次式が成り立つ。

$$E\left(r_{m,t+1}\right)-E\left(r_{f,t+1}\right)\cong\gamma_t\cdot Cov\left(r_{m,t+1},\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\right)\quad for\ \ t\in[0,\infty) \tag{47}$$

この（47）式は、通常の標準的なモデルにおけるリスク・プレミアムの決定式である。（47）式については、米国をはじめとする資本主義先進国において現実に観察される非常に高いリスク・プレミアムを説明することができないという問題が指摘されている。

例えば、米国における過去 1 世紀（1891~1997 年）のデータによると、マーケット・ポートフォリオのリスク・プレミアムは年平均 6.723%、実質総消費成長率とマーケット・ポートフォリオの実質収益率の共分散は 0.0027 である [21)]。このデータを（47）式に代入すると、γ_t は 24.854 の値をとることになる。現実的に妥当な相対的危険回避度の値は先述のようにおよそ 1~10 程度であり、この 24.854 という値は相当過大なものである。

（47）式によって実際のリスク・プレミアムを予測するためには、γ_t について相当過大な正値を当てはめるしかない。ただし、このような値は非現実的なものである。現実的に妥当と考えられる相対的危険回避度のもとでは、（47）式に基づくリスク・プレミアムの予測値とその現実値は大きく乖離してしまう。要するに、標準的な資産価格決定モデルのもとでは、長期のリスク・プレミアムの動向を説明することが困難である。これが Mehra and Prescott（1985）によって指摘された資産価格決定モデルに関するパズルである。このパズルは、リスク・プレミアム・パズル、ないし、エクイティ・プレミアム・パズル（equity premium puzzle）と呼ばれている [22)]。

一方、不良資本の逆厚生効果を考慮した（46）式では、標準モデルにおけるリスク・プレミアム（47）式に次の項が加わっている。

$$-\frac{\alpha\mu_t}{1-\alpha\mu_t}\left[\gamma_t+\frac{\alpha(2\mu_t-1)-1}{\alpha(1-\mu_t)}\right]\cdot Cov\left(r_{m,t+1},\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right) \tag{48}$$

ここで、μ_t が一定期間上昇し、マーケット・ポートフォリオ収益率と資本不良度成長率の間に負の相関があるとしよう。このとき、マーケット・ポートフォリオ収益率と資本不良度成長率の共分散は負となる。

$$Cov\left(r_{m,t+1},\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right)<0 \tag{49}$$

（49）式が成り立ち、かつ、相対的危険回避度 γ_t が正であれば、（48）式全体の符号は正となる。

$$-\frac{\alpha\mu_t}{1-\alpha\mu_t}\left[\gamma_t+\frac{\alpha(2\mu_t-1)-1}{\alpha(1-\mu_t)}\right]\cdot Cov\left(r_{m,t+1},\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right)>0 \tag{50}$$

（50）式が成立する状況のもとで、（46）式から予測されるリスク・プレミアムは、（47）式のそれと比較して、幾ばくか高い値になる。つまり、（46）式のもとでは、リスク・プレミアム・パズルについて、ある程度は緩和される可能性を見出し得るのである。

Ⅳ．数値計算による資産価格決定モデルに関するパズルの検証

本節では、不良資本の逆厚生効果を考慮した C-CAPM について、選好パラメータの数値計算を行うことによって、安全利子率パズルおよびリスク・プレミアム・パズルがどの程度解消され得るか、という問題を考察する。まず、時点効用関数を特定化し、数値実験可能なモデルを導出したうえで、各パズルの緩和可能性について検討する。

１．時点効用関数の特定化と検証モデルの導出

資産価格決定モデルや経済成長モデルなどの動学的マクロ経済モデルで、よく用いられる時点効用関数の標準的な特定化として、次のような関数型がある。

$$u(c_t)=\begin{cases}\dfrac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} & for\ \ \gamma>0\ \ and\ \ \gamma\neq 1\\ \log c_t & for\ \ \gamma=1\end{cases} \tag{51}$$

ただし、パラメータ γ は定数である。この時点効用関数について、第Ⅱ.2 節で取り上げた相対的危険回避度（13）式、相対的慎重度（14）式を計算するとそれぞれ、

$$\gamma_t=\gamma>0\ \ (const.) \tag{52}$$

$$\varepsilon_t=\gamma+1>1\ \ (const.) \tag{53}$$

となる。すなわち、（52）式および（53）式で表されているように、（51）式のような関数型のもとでは、相対的危険回避度および相対的慎重度は定数となることがわかる。特に（52）式で示された性質から、時点効用関数（51）式は、相対的危険回避度一定（Constant Relative Risk Aversion: 以下では、CRRA と表記）型効用関数と呼ばれている。

さて、本稿では資本の不良化が家計効用にマイナスの影響を与えるという「不良資本の逆厚生効果」を考察している。本稿のモデルでは、第Ⅱ.2 節で議論したように、時点効用関数を有効消費 X_t に関する関数（9）式として定式化した。時点効用関数の特定化に当たり、有効消費 X_t に関する CRRA 型効用関数を次のように定式化する。

$$u\left(X_t\right)=\begin{cases}\dfrac{X_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} & for\ \ \gamma>0\ \ and\ \ \gamma\neq 1\\ \log X_t & for\ \ \gamma=1\end{cases} \tag{54}$$

この時点効用関数（54）式のもとでは、（15）式および（16）式より、相対的危険回避度 γ_t と相対的慎重度 ε_t はそれぞれ、（52）式および（53）式と同じものになる。したがって、（54）式の時点効用関数は通常の CRRA 型効用関数と同じように取り扱うことができるという利便性をもつ。

時点効用関数を有効消費 X_t に関する CRRA 型効用関数（54）式に特定化した場合、オイラー方程式（26）式は、

$$E_t\left\{\beta\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\gamma}\left(\frac{1-\alpha\mu_{t+1}}{1-\alpha\mu_t}\right)^{1-\gamma}(1-\mu_{t+1})(1+r_{t+1})-1\middle|\Omega_t\right\}=0 \quad for\ \ t\in[0,\infty) \tag{55}$$

となる。このオイラー方程式（55）式に関して、安全利子率およびリスク・プレミアムの決定式は次のように求められる。

ａ．安全利子率パズルの検証モデル

安全利子率の決定式は、次のように求められる。（38）式について、時点効用関数（54）式に特定化すると、

$$\begin{aligned}E(r_{f,t+1})\cong{}&\rho+\frac{\mu_t}{1-\mu_t}+\gamma\cdot E\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\right)-\frac{\gamma(\gamma+1)}{2}\cdot Var\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\right)\\&-\frac{\alpha\mu_t}{1-\alpha\mu_t}\left[\gamma+\frac{\alpha(2\mu_t-1)-1}{\alpha(1-\mu_t)}\right]\cdot E\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right)\\&-\frac{\alpha\mu_t^2}{2(1-\alpha\mu_t)}\left\{\gamma\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\gamma-1)-\frac{2}{1-\mu_t}\right]+\frac{2}{1-\mu_t}\right\}\cdot Var\left(\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right)\\&+\mu_t\gamma\left[\frac{\alpha}{1-\alpha\mu_t}(\gamma-1)-\frac{1}{1-\mu_t}\right]\cdot Cov\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t},\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right)\quad for\ \ t\in[0,\infty)\end{aligned} \tag{56}$$

が得られる。（56）式は、不良資本の逆厚生効果（$\alpha>0, \mu_t>0$）が作用する場合における安全利子率の決定式である。

（56）式について、資本の不良化を考慮しなければ（$\mu_t=0$）、

$$E(r_{f,t+1})\cong\rho+\gamma\cdot E\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\right)-\frac{\gamma(\gamma+1)}{2}\cdot Var\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\right)\quad for\ \ t\in[0,\infty) \tag{57}$$

となる。（57）式は標準的な資産価格決定モデルにおける安全利子率の決定式である。

（56）式および（57）式は、本稿における安全利子率パズルの検証式である。現実の標本統計量を用いて（56）式から求められる選好パラメータの値が、（57）式から得られるそれらよりも現実的に想定され得る範囲に近づくのであれば、不良資本の逆厚生効果は安全利子率パズルの解消に貢献し得る、と考えられる。

b．リスク・プレミアム・パズルの検証モデル

リスク・プレミアムの決定式は、次のように求められる。（46）式について、時点効用関数（54）式に特定化すると、

$$E\left(r_{m,t+1}\right)-E\left(r_{f,t+1}\right)\cong\gamma\cdot Cov\left(r_{m,t+1},\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\right)$$
$$-\frac{\alpha\mu_t}{1-\alpha\mu_t}\left[\gamma+\frac{\alpha(2\mu_t-1)-1}{\alpha(1-\mu_t)}\right]\cdot Cov\left(r_{m,t+1},\frac{\Delta\mu_{t+1}}{\mu_t}\right)\quad for\ \ t\in[0,\infty) \tag{58}$$

が得られる。（58）式は、不良資本の逆厚生効果（$\alpha>0,\mu_t>0$）が存在する場合におけるリスク・プレミアムの決定式である。

（58）式について、資本の不良化を考慮しなければ（$\mu_t=0$）、

$$E\left(r_{m,t+1}\right)-E\left(r_{f,t+1}\right)\cong\gamma\cdot Cov\left(r_{m,t+1},\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\right)\quad for\ \ t\in[0,\infty) \tag{59}$$

となる。（59）式は標準的な資産価格決定モデルにおけるリスク・プレミアムの決定式である。

（58）式および（59）式は、本稿でのリスク・プレミアム・パズルの検証式である。現実の標本統計量を用いて（58）式から求められる相対的危険回避度の値が、（59）式から得られるそれよりも現実的に妥当と判断され得る値に近接するのであれば、不良資本の逆厚生効果はリスク・プレミアム・パズルの緩和に寄与し得る、と考えられる。第Ⅳ.3 節では、以上で導出された（56）式～（59）式に基づいて、資産価格決定モデルのパズルを検証するための数値計算を行う。

２．データについて

本節では、日本における消費成長率、資産収益率、および資本不良度のデータについて説明する。これらのデータから得られる標本統計量は、次節において安全利子率パズルおよびリスク・プレミアム・パズルを検証するために用いられる。本分析において使用される標本統計量は、次

表 1.　標本統計量一覧：1981 年～2008 年

$E(\varDelta c/c)$	0.01882
$Var(\varDelta c/c)$	0.00019
$E(\mu)$	0.26667
$E(\varDelta\mu/\mu)$	0.01852
$Var(\varDelta\mu/\mu)$	0.08429
$Cov(\varDelta c/c,\varDelta\mu/\mu)$	−0.00087
$E(r_f)$	0.02056
$E(r_m)$	0.07678
$Var(r_m)$	0.04056
$Cov(r_m,\varDelta c/c)$	0.00099
$Cov(r_m,\varDelta\mu/\mu)$	−0.02155

の表 1 にまとめられている。標本期間は、1981 年～2008 年（暦年）である [23)]。

データの出所については、次の通りである。家計消費データは、『国民経済計算年報（2009 年度版）』（内閣府）における実質非耐久財消費および実質サービス消費の合計系列を使用した。実質変数の使用に当たって、連鎖方式・2000 暦年連鎖価格の確報値を採用した。

資産収益率については、次の系列を用いた。マーケット・ポートフォリオ収益率（r_m）の名目系列は、『株式投資収益率 2009 年（CD-ROM）』（日本証券経済研究所）における東証第一部市場収益率の加重平均を用いた。安全利子率（r_f）の名目系列については、景気動向指数（内閣府）の先行指標である長短金利差を計算する際に用いられる短期金利 [24)] を利用した。以上の資産収益率はいずれも、『物価統計月報（消費者物価指数編）』（総務省統計局）所収の消費者物価指数（全国、生鮮食品を除く総合）で計算されたインフレ率を減ずることで実質化されている。

資本不良度 μ_t については、次のような代理変数を用いた。森澤（2010）における全産業・全規模の過剰債務の推計値を利用して、

μ_t = 過剰債務 /（ 短期借入金 + 長期借入金 + 社債 ）

という定義に基づいて、資本不良度系列のデータを作成した [25)]。次節での各パズルの検証に当たって、（56）式～（59）式の μ_t についてはその平均値が用いられる。

３．数値計算による安全利子率パズルおよびリスク・プレミアム・パズルの検証

本節では、（56）式～（59）式に基づいて、安全利子率パズルおよびリスク・プレミアム・パズルの緩和可能性を考察する。以下では、安全利子率パズル、リスク・プレミアム・パズルの順に検討する。

ａ．安全利子率パズル

まず、標準モデルにおける安全利子率の決定式（57）式について、表 1 の標本統計量を用いて、平均実質利子率を完全に予測するために選好パラメータが取り得る値を数値計算した。時間選好率を $\rho = 0.10101$（$\beta = 0.99$）と設定すると、$\gamma = 0.557, 201.701$（$\varepsilon = 1.577, 202.701$）が得られる。他方、相対的危険回避度を $\gamma = 10$（$\varepsilon = 11$）と設定すると、$\rho = -0.1575$（$\beta = 1.187$）となる。1980～2008 年の日本においても、米国と同様に、標準的な資産価格決定モデルに関する安全利子率パズルの存在が確かめられる。

次に、不良資本の逆厚生効果を考慮したモデル（56）式が安全利子率パズルを緩和する可能性について検証しよう。本稿のモデルでは、不良資本の逆厚生効果度パラメータ $\alpha \in [0,1]$ を新たに導入している。表 1 の標本統計量を代入した（56）式について、この α を 0（＝逆厚生効果が全く働かない場合）から 1（＝逆厚生効果が完全に働く場合）まで 0.05 ポイントずつ変化させたときに、ρ や γ がどのように変化するのか、を数値計算によって確かめる。

表 2.　安全利子率パズル［(56) 式： ρ = 0.10101（ β = 0.99）と設定した場合］

α	γ	
0.00	−17.420	223.097
0.05	−17.136	202.970
0.10	−16.655	165.297
0.15	−16.020	127.925
0.20	−15.288	98.281
0.25	−14.459	76.574
0.30	−13.635	61.008
0.35	−12.824	49.695
0.40	−12.048	41.343
0.45	−11.281	34.992
0.50	−10.577	30.073
0.55	−9.921	26.192
0.60	−9.312	23.073
0.65	−8.749	20.525
0.70	−8.206	18.395
0.75	−7.716	16.612
0.80	−7.260	15.096
0.85	−6.838	13.794
0.90	−6.445	12.656
0.95	−6.080	11.666
1.00	−5.729	10.793

表 3.　安全利子率パズル［(56) 式： γ = 10 と設定した場合］

α	ρ	β
0.00	−0.531	2.132
0.05	−0.532	2.135
0.10	−0.531	2.130
0.15	−0.528	2.119
0.20	−0.524	2.101
0.25	−0.518	2.075
0.30	−0.510	2.041
0.35	−0.500	2.000
0.40	−0.488	1.951
0.45	−0.473	1.896
0.50	−0.455	1.834
0.55	−0.434	1.767
0.60	−0.410	1.696
0.65	−0.383	1.620
0.70	−0.352	1.542
0.75	−0.316	1.462
0.80	−0.276	1.381
0.85	−0.231	1.300
0.90	−0.181	1.220
0.95	−0.124	1.142
1.00	−0.062	1.066

表 2 は、$\rho = 0.10101$（$\beta = 0.99$）と設定した場合における γ の計算結果である。以下では、得ら

れたγの値のうち、負値は符号条件を満たしていないため、正値について検討していく。$\alpha = 0$のとき、$\gamma = 223$と相当過大な正値になっているものの、αの値が大きく与えられるにつれ、徐々にγの値は下がっている。そして、$\alpha = 1$のとき、$\gamma = 10.8$と現実的に妥当と考えられる値に近づいている。

表3は、$\gamma = 10$と設定した場合におけるρ（β）の計算結果である。$\alpha = 0$のとき、$\rho = -0.531$（$\beta = 2.132$）と相当過大な負値になっているものの、αの値が大きく与えられていくにつれ、徐々にρの値も上がっている。ただし、$\alpha = 1$の場合においてさえも、$\rho = -0.062$（$\beta = 1.066$）まで下がるものの依然として負値となってしまう。

表2と表3の結果から判断すると、不良資本の逆厚生効果が完全に機能する場合、1980～2008年の日本において、本稿のモデルは標準モデルと比較して、安全利子率パズルを解消する可能性があると考えられる。

ｂ．リスク・プレミアム・パズル

まず、標準モデルにおけるリスク・プレミアムの決定式（59）式について、表1の標本統計量を用いて、リスク・プレミアムを完全に説明するために相対的危険回避度が取り得る値を計算した。すると、$\gamma = 56.996$（$\varepsilon = 57.996$）が得られる。1980～2008年の日本においても、米国と同様に、標準的な資産価格決定モデルに関するリスク・プレミアム・パズルの存在が確かめられる。

表4.　リスク・プレミアム・パズル［（58）式］

α	γ
0.00	64.939
0.05	50.367
0.10	41.001
0.15	34.474
0.20	29.665
0.25	25.974
0.30	23.053
0.35	20.683
0.40	18.721
0.45	17.071
0.50	15.663
0.55	14.449
0.60	13.390
0.65	12.459
0.70	11.633
0.75	10.897
0.80	10.235
0.85	9.638
0.90	9.096
0.95	8.602
1.00	8.150

次に、不良資本の逆厚生効果を考慮したモデル（58）式がリスク・プレミアム・パズルを緩和する可能性について検証しよう。表 1 の標本統計量を代入した（58）式について、先述の安全利子率パズルの検証と同様に、不良資本の逆厚生効果度パラメータ α を 0 から 1 まで 0.05 ポイントずつ変化させたときに、γ がどのように変化するのか、を数値計算によって確かめる。

表 4 は、このときの γ の計算結果である。$\alpha = 0$ のとき、$\gamma = 65$ と相当過大な正値になっているものの、α の値が大きく与えられていくにつれ、徐々に γ の値は下がっていく。そして、$\alpha = 1$ のとき、$\gamma = 8$ とかなり現実的に妥当と考えられる値に落ち着いている。表 4 の結果から判断すると、不良資本の逆厚生効果が完全に機能する場合、1980～2008 年の日本において、本稿のモデルは標準モデルと比較して、リスク・プレミアム・パズルを解消する可能性があると考えられる。

Ⅴ．おわりに

本稿では、不良資本の逆厚生効果を考慮したモデルが、安全利子率パズルやリスク・プレミアム・パズルを解消し得る可能性について考察した。不良資本の逆厚生効果がかなりの程度、家計効用に対して作用する場合、本稿のモデルは安全利子率パズル、および、リスク・プレミアム・パズルを解消する可能性がある。ただし、本稿の分析には、いくつかの課題が残されている。最後にこの点を付記しておきたい。

第 1 に、不良資本の逆厚生効果が現実的にどの程度、機能しているのかについては、本稿では明らかになっていない。この点については、不良資本の逆厚生効果を考慮したモデルについて実証分析を行うことが必要である。

第 2 に、実証分析を行う際に、資本不良度 μ_t の適切な指標を実際のデータからどのように見出し得るか、という問題が残されている。本稿では、森澤（2010）において推計した過剰債務データによって指標化したものを提示したうえで、上記の数値計算に利用した。ただし、これはあくまでも指標候補のひとつである。今後は、複数の候補を提示し、それらの比較からより適切な指標を選択する必要があると考えられる。

第 3 に、本稿のモデルが実際に資産価格モデルのパズルを解消するには、いくつかの条件を満たす必要がある。安全利子率パズルに関しては（41）式および（42）式、リスク・プレミアム・パズルに関しては（49）式および（50）式、という理論的条件を現実のデータが満たしている場合に、不良資本の逆厚生効果はこれらのパズルを緩和することに貢献し得る。逆に言えば、現実のデータがこれらの条件を満たしていない場合、本稿のモデルによって各パズルは解消されないということになる。

本稿が使用したデータについては、1980～2008 年の日本において、これらの条件が満たされていた。そのため、数値計算ではパズルを解消する可能性を示すことができた。ただし、この標本期間は不良債権および過剰債務の問題が深刻化した金融危機を含む時期である。資産バブルや金

融システム不安があまり問題にならない経済環境のもとでは、本稿のモデルはあまりパズルの解消に寄与しない可能性がある。この点についても、より考慮したうえでモデルを見直していく必要があると考えられる。

引用文献、注

1） 本稿のように有効資本を定義している先行研究に脇田（2007）がある。ただし、脇田（2007）は μ_t を単に「過剰融資、あるいは不良債権比率」ととらえているのに対して、本稿では生産側情報に基づく C-CAPM に不良債権・過剰債務を組み込むという意図のもとで、本節で展開しているような「資本の不良化」というアイデアを提示している。このアイデアの詳細については、森澤（2011*a*）を参照されたい。

2） *t* 期における状態 s_t ごとの確率変数 x_t は

$$x_t \equiv x_t(s_t)$$

を意味し、本来は x_t（s_t）と表記するべきである。ただし本稿では、特に状態 s_t を明記する必要がない限りは、その定式化の表現が煩雑になるのを防ぐために、x_t と表記する。

3） ここでは特に、確率変数 N_t が状態 s_t に依存しないことを明記する必要があるため、（8）式左辺の確率変数を N_t（s_t）と表記する。

4） 本稿のモデル上の設定が森澤（2011*b*）のそれと異なっているのは、①パラメータ α が追加されている点、および、②それに伴う有効消費の定義が変更されている点、である。この設定は後述の第Ⅳ節において、不良資本の逆厚生効果がどの程度パズル解消に貢献し得るかを検証する際に重要な役割を果たす。

5） この効果は森澤（2011*b*）においても言及した通り、本分析独自のアイデアであり、適当な用語が存在しない。そこで、ここでは一つの用語候補として「不良資本の逆厚生効果」と呼んでいる。この他には、「不良資本の逆資産効果」という用語も候補の一つである。

6） Jensen の不等式より、消費者の危険に対する選好と時点効用関数の形状に関しては、

消費者は危険回避的 ⇔ 時点効用関数は凹関数
消費者は危険中立的 ⇔ 時点効用関数は線形関数
消費者は危険愛好的 ⇔ 時点効用関数は凸関数

という関係がある。詳細については、酒井（1982）の第 2 章、および、池田（2000）の第 1 章を参照されたい。

7） 相対的危険回避度に関する詳細は、齊藤（2006）、第 3 章、§3.6.1 を参照されたい。

8） 相対的慎重度に関する詳細は、Kimball（1990）、および、齊藤（2006）、第 3 章、§3.6.4 を参照されたい。なお、relative prudence の訳語として、Romer（2006）の堀・岩成・南條訳（2010）では「相対的慎重度」、齊藤（2006）では「相対的プルーデンス」が採用されている。

9） このような予備的貯蓄と効用関数の形状（3 階の導関数）との関係については、Romer（2006）, ch.7, §7.6 の説明がわかりやすく、有用である。

10）第Ⅱ.2 節までは、表記の煩雑化を避けるために、状態 s_t ごとの確率変数 *x* を x_t（s_t）と表記せず、簡略化した x_t で表記していた。本節では、期待効用の最適化問題を分析するため、特に状態 s_t を明記した x_t（s_t）で確率変数 *x* を表記する。

11）定常均衡のもとでは、人口成長率は一定であり、かつ、家計保有資産である資本の均衡実質収益率は資本の純限界生産性に等しくなる。Barro and Sala-i-Martin（2004）, ch.2, §2.2 を参照されたい。

12）（29）式の導出にあたって、r_{t+1}（s_{t+1}），ρ については原点周りで 1 次の展開を行い、c_{t+1}（s_{t+1}）についてはは c_t（s_t）の周りで 2 次の展開、μ_{t+1}（s_{t+1}）については μ_t（s_t）の周りで 2 次の展開を行っている。なお、この導出に当たって、齊藤（2006）の第 3 章における導出過程を参考にしている。

13）（33）式の導出に当たっては、次の関係を仮定している。（33）式の右辺第 4 項については、齊藤（2006）と同様、$\left[E_t\left(\frac{\Delta c_{t+1t}}{c_t}\middle|\Omega_t\right)\right]^2 \cong 0$ と仮定して、$E_t\left[\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\right)^2\middle|\Omega_t\right]$ を $Var_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\middle|\Omega_t\right)$ に置き換えている。齊藤（2006）、p.124、脚注 15 を参照されたい。同様に、（33）式の右辺第 6 項については、$\left[E_t\left(\frac{\Delta \mu_{t+1t}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right)\right]^2 \cong 0$ と仮定し、$E_t\left[\left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t}\right)^2\middle|\Omega_t\right]$ を $Var_t\left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right)$ に置き換えている。また、（33）式の右辺第 7 項については、$E_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\middle|\Omega_t\right)\cdot E_t\left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right) \cong 0$ と仮定し、$E_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\cdot\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right)$ を $Cov_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t},\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right)$ に置き換えている。

14）詳細については、池田（2000）、第 8 章、§8.1、および、Duffie（2001），ch.1, §1.F を参照されたい。

15）Campbell（2003），p.817 を参照されたい。

16）理論分析では、①収益が確定しており、②収益の分散がゼロである、という資産を安全資産と呼ぶ。したがって、この想定のもとでの安全資産収益率は確率変数として扱われない。

17）Campbell（2003），Table.5, p.826 からの数値を引用した。

18）齊藤（2006）、p.144 から引用した。

19）後述の（51）式を参照されたい。CRRA 型効用関数は、相対的危険回避度が一定になるという性質を持つ。また、この効用関数のもとで、相対的慎重度は相対的危険回避度に 1 を加えたものに等しくなる。

20）（44）式の導出に当たっては、次の関係を仮定している。（44）式の右辺第 8 項については、$E_t\left(r_{m,t+1}\middle|\Omega_t\right)\cdot E_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\middle|\Omega_t\right) \cong 0$ と仮定し、$E_t\left(r_{m,t+1}\cdot\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\middle|\Omega_t\right)$ を $Cov_t\left(r_{m,t+1},\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}\middle|\Omega_t\right)$ に置き換えている。また、（44）式の右辺第 9 項については、$E_t\left(r_{m,t+1}\middle|\Omega_t\right)\cdot E_t\left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right) \cong 0$ と仮定し、$E_t\left(r_{m,t+1}\cdot\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right)$ を $Cov_t\left(r_{m,t+1},\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t}\middle|\Omega_t\right)$ に置き換えている。

21）Campbell（2003），Table.1~4 の各データから引用、あるいは引用した数値で計算して求めた。

22）または、このパズルの提唱者の名を採って、マーラー=プレスコット・パズルとも呼ばれる。

23）本稿では、家計消費データについて、93SNA データを用いている。最も過去に遡及できる 93SNA データは 1980 年の系列である。このため、標本期間は 1980 年以降と設定している。

24）内閣府 HP の「個別系列の概要」（http://www.esri.cao.go.jp/jp/stat/di/kobetu_gaiyou.pdf）によると、TIBOR（3 か月）ユーロ円金利（全国銀行協会）を採用しているとのことである。景気動向指数に関する詳細は、内閣府の景気動向指数 HP（http://www.esri.cao.go.jp/jp/stat/di/menu_di.html）を参照されたい。また、資産価格モデルの分析では、安全利子率として、FB レートを用いる方が多いのだが、手元で使用可能なデータセットで FB レートを入手できなかったため、上記の系列で代用した。ちなみに、1981～2008 年の平

均実質コールレートは約 1.7%であり、日本におけるこの期間の平均実質短期利子率はおよそ 2%とみなしてよいと考えられる。

25）過剰債務系列については、森澤（2010）、第Ⅴ.2 節の系列を用いた。過剰債務系列作成の詳細については、森澤（2010）を参照されたい。

参考文献

池田昌幸（2000）、『金融経済学の基礎（ファイナンス講座 2）』、朝倉書店。

北村行伸・藤木裕（1997）、「サプライ・サイド情報を利用した消費に基づく資本資産価格モデルの推計」、『金融研究』（日本銀行金融研究所）、第 16 巻第 4 号、pp.137-154。

齊藤誠（2006）、『新しいマクロ経済学（新版）』、有斐閣。

酒井泰弘（1982）、『不確実性の経済学』、有斐閣。

森澤龍也（2010）、「日本における過剰債務の推計と分析―『法人企業統計季報』による各種推計の比較検証―」『流通科学大学論集　経済・経営情報編』、第 18 巻第 2 号、pp.53-77。

森澤龍也（2011*a*）、「資本の不良化と資産価格付け―生産側情報を利用した C-CAPM による考察―」、『流通科学大学論集　経済・経営情報編』、第 19 巻第 2 号、pp.1-12。

森澤龍也（2011*b*）、「不良資本の逆厚生効果と資産価格付け―生産側情報を利用した C-CAPM による考察―」、『流通科学大学論集　経済・情報・政策編』、第 20 巻第 1 号、pp.1-15。

脇田成（2007）、「不良債権処理のマクロ的インパクト　失われた 10 年第三の仮説」、景気日付研究会沼津コンファレンス発表論文。

Arrow, K. J.（1951）, “Alternative Approaches to the Theory of Choice in Risk-Taking Situations,” *Econometrica* 19, pp.404-437.

Barro, R. J. and X. Sala-i-Martin（2004）, *Economic Growth*, 2nd ed., MIT Press.［（邦訳）大住圭介訳（2006）『内生的経済成長論（第 2 版）Ⅰ・Ⅱ』、九州大学出版会。］

Campbell, J. Y.（2003）, “Consumption-Based Asset Pricing,” in G. M. Constantinides, M. Harris and R. M. Stultz eds., *Handbook of the Economics of Finance*, vol. 1B, Chapter 13, Elsevier B. V., pp.803-887.［（邦訳）木村俊夫訳（2006）、「消費型資産価格理論」、加藤英明監訳『金融経済学ハンドブック 2　金融市場と資産価格』第 13 章、丸善、pp.861-944。］

Duffie, D.（2001）, *Dynamic Asset Pricing Theory*, 3rd ed., Princeton University Press.［（邦訳）大橋和彦・桑名陽一・本多俊毅・山崎昭訳（1998）、『資産価格の理論（原著第 2 版）』、創文社。］

Hansen, L. P. and S. Richard（1987）, “The Role of Conditioning Information in Deducing Testable Restrictions Implied by Dynamic Asset Pricing Model,” *Econometrica* 55, pp.587-614.

Kimball, M. S.（1990）, “Precautionary Saving in the Small and in the Large,” *Econometrica* 58, pp.53-73.

Mehra, R. and E. C. Prescott（1985）, “The Equity Premium: A Puzzle,” *Journal of Monetary Economics* 15, pp.145-161.

Pratt, J. W.（1964）, “Risk Aversion in the Small and in the Large,” *Econometrica* 32, pp.122-136.

Romer, D.（2006）, *Advanced Macroeconomics*, 3rd ed., McGraw-Hill.［（邦訳）堀雅博・岩成博夫・南條隆訳（2010）、『上級マクロ経済学（第 3 版）』、日本評論社。］

Weil, P. （1989）, “The Equity Premium Puzzle and the Risk-Free Rate Puzzle,” *Journal of Monetary Economics* 24, pp.401-421.