

不良資本の逆厚生効果と資産価格付け

— 生産側情報を利用した C-CAPM による考察 —

The Adverse Welfare Effect of Bad Capital Stock on Asset Pricing in C-CAPM

森澤 龍也*

Tatsuya Morisawa

本稿は、消費に基づく資産価格モデル（C-CAPM）に不良債権や過剰債務の発生を「資本の不良化」という形で組み込み、それらが代表的家計の効用に対してマイナスの効果を及ぼす場合の影響について考察する。ここでは、この効果を「不良資本の逆厚生効果」と呼ぶ。この効果の導入によって、資産価格決定モデルに関するパズルは若干程度、解消される可能性がある。

キーワード：不良資本、不良債権、過剰債務、消費に基づく資産価格モデル（C-CAPM）

I. はじめに

本稿は、不良債権や過剰債務の発生が実体経済に与える経路について、「資本の不良化」が生産および消費活動に影響を及ぼすというアイデアを提示し、この問題について経済理論的に考察する。

拙稿 [森澤 (2011)] において、消費に基づく資産価格モデル (Consumption-based Capital Asset Pricing Model: 以下、C-CAPM と表記) をはじめとする最適化モデルに「不良債権・過剰債務の発生」を組み込むための工夫として、「資本の不良化」というアイデアを提示した。ただし、不良資本の発生を組み込むのみでは、資産価格決定モデルにおける安全利子率パズルやリスク・プレミアム・パズル [マーラー=プレスコット・パズル; Mehra and Prescott (1985)] を解消できないことが示された。

本稿では、資本の不良化が家計の効用に負の影響を及ぼす状況を考慮することによって、資産価格決定モデルのパズルが解消される理論的可能性について考察する。ここでは、不良資本が効用に与えるマイナスの効果を「不良資本の逆厚生効果」と呼ぶ。「不良資本の逆厚生効果」をより具体的に説明すると、以下ようになる。家計が企業に資本をレンタルした後、当該資本の不良度が明らかになる。このような「資本の不良化」は家計の保有資産が劣化したことを意味する。この資産劣化は、家計効用に対してマイナスの心理効果を及ぼす。いわば、資本の不良化は家計

効用に対して一種の逆資産効果をもつ。本稿における「不良資本の逆厚生効果」とは以上のようなものである。

本稿の構成は次の通りである。第Ⅱ節では、不良債権および過剰債務の発生を C-CAPM の枠組みに組み込む方法として、「資本の不良化」というアイデアを提示し、この不良資本が生産関数や効用関数にどのように組み込まれるのかについて議論する。第Ⅲ節では、生産に基づく C-CAPM の枠組みに基づいて、資産価格決定モデルのパズルについて考察する。第Ⅳ節では、本稿の議論をまとめる。

Ⅱ. 資本の不良化と経済活動

本節では、資本の不良化が生産および効用に対して与える影響をモデルに導入するための基本的なアイデアおよびストーリーを提示する。以下のモデルで用いられる記号は、次の通りである。なお、各変数の下付き添え字 t は、時期を表す。

C_t : 総消費、 K_t : 資本ストック、 N_t : 人口 (労働)、 $c_t \equiv C_t/N_t$: 1 人当たり消費、 $k_t \equiv K_t/N_t$: 1 人当たり資本ストック、 $n_t \equiv N_t/N_{t-1}$: 人口成長率 (対前期比)、 $\mu_t (\in [0,1])$: 不良資本度、 $\tilde{K}_t \equiv (1 - \mu_t) K_t$: 有効資本ストック、 $\tilde{k}_t \equiv \tilde{K}_t/N_t$: 一人当たり有効資本ストック、 $s_t (\in \{1, 2, \dots, J\})$: 状態、 Ω_t : t 期において利用可能な情報集合、 δ (定数) : 資本減耗率、 $\rho (\in (0, \infty))$ (定数) : 時間選好率、 $\beta \equiv 1/(1+\rho)$ ($\beta \in (0,1)$ 、定数) : 主観的割引率。

1. 資本の不良化と生産活動

この経済において、家計は資本 (K_t) と労働 (N_t) を保有しており、所得のうちの消費 (C_t) と貯蓄の割合を決定するものとする。一方、企業は家計から調達した資本 (K_t) と労働 (N_t) を生産要素として生産活動 (Y_t) を行う。

企業は当期 (t 期) の生産 (Y_t) にあたって、前期末 ($t-1$ 期末) [= 当期初 (t 期初)] に家計からレンタルしてきた資本 (K_t) を使用する。ストック変数である資本については、 t 期初 ($t-1$ 期末) の資本ストックを K_t と表記する。この K_t は $t-1$ 期末に借りた直後に、資本減耗とは別に一定割合 μ_t (ただし、 $\mu_t \in [0,1]$) で稼働不良を起こしていることが判明するものとしよう。ただし、一旦レンタルしないことには、どれだけ資本の不良化を起こしているか分からないものとする。換言すれば、家計の保有資産である K_t は、企業が借りて生産を開始するときに $\mu_t K_t$ だけ劣化していることが判明する。要するに、 K_t は $\mu_t K_t$ だけ資本価値が下がった不良資本であることが判明するのである。

そうすると実際に生産に使用可能な資本ストックは、

$$\tilde{K}_t \equiv (1 - \mu_t) K_t \quad (1)$$

と定義される。この資本 \tilde{K}_t を有効資本ストックと呼ぶことにする¹⁾。このモデルでは、このよう

な「資本の不良化」について、将来実現する状態（の集合 s ）のうち、資本が有効に稼働する状態とそうでない状態があり、どの状態が実現するかによって、資本の生産に対する有効度（逆にいえば、不良化の度合い）が判明する、と考える。

以上のような不良資本が発生するもとの、生産活動は1次同次性を満たす次の生産関数で表されるとしよう。

$$Y_t = F(\tilde{K}_t, N_t) \quad (2)$$

ただし、 $F'_K \equiv \frac{\partial F}{\partial K} > 0$, $F''_{KK} \equiv \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0$, $F'_N \equiv \frac{\partial F}{\partial N} > 0$, $F''_{NN} \equiv \frac{\partial^2 F}{\partial N^2} < 0$ 。すなわち、この経済では、不良化

している部分以外の有効資本および労働が投入されることによって、生産物が産出されるものとする。

この生産関数を1人当たりの表示に書き換えた関数は次式で与えられる。

$$y_t = F(\tilde{k}_t, 1) \equiv f(\tilde{k}_t) \quad (3)$$

ただし、 $f'_k \equiv \frac{df}{dk} > 0$, $f''_{kk} \equiv \frac{d^2 f}{dk^2} < 0$ 。 y_t は t 期における1人当たり生産水準 ($y_t \equiv Y_t / N_t$) である。 \tilde{k}_t

は t 期における1人当たり有効資本ストックであり、

$$\tilde{k}_t \equiv \frac{\tilde{K}_t}{N_t} = (1 - \mu_t) k_t \quad (4)$$

と表される。 k_t は t 期における1人当たり資本ストック ($k_t \equiv K_t / N_t$) である。

いま、本稿のモデルにおいて、将来の各状態および状態確率の構造を次のように考える。この経済モデルにおいて、初期は0期とする。将来の各 t 期 ($t \in [1, \infty)$) において J 個の状態 ($s_t \in \{1, 2, \dots, J\}$) が起こりうるとしよう。 t 期の各状態 s_t は、 t 期初において、生産開始に当たり K_t が投入され、 μ_t が判明することによっていずれの状態が実現したか観察できると仮定する²⁾。

続いて、将来状態の生起確率を利用可能な情報集合に基づく条件付き確率によって定義しよう。 h 期 ($h \in [0, \infty)$) において利用可能な情報集合 Ω_h の条件のもとで、状態 $s_t \in \{1, 2, \dots, J\}$ が実現する確率を $\pi_h(s_t)$ と定義する。

$$\pi_h(s_t) \equiv \pi(s_t | \Omega_h) \geq 0, \text{ for } s_t \in [1, J] \text{ and } h \in [0, \infty). \quad (5)$$

ただし、 $\sum_{s_t=1}^J \pi_h(s_t) = 1$ である。すなわち、 $\pi_h(s_t)$ の総和は1に等しい。

マクロ経済的な観点から、生産物は消費、設備投資に振り分けられる。

$$F(\tilde{K}_t, N_t) = C_t + K_{t+1} - (1 - \delta)\tilde{K}_t \quad (6)$$

ただし、 C_t : t 期における総消費、 δ : 資本減耗率（定数）、である。

支出項目の合計式(6)式を1人当たり表示に変換すると、

$$f(\tilde{k}_t) = c_t + n_{t+1} k_{t+1} - (1 - \delta)\tilde{k}_t \quad (7)$$

となる。ただし、 c_t は t 期における1人当たり消費 ($c_t \equiv C_t/N_t$)、 \tilde{k}_t は t 期における1人当たり有効資本ストック ($\tilde{k}_t \equiv \tilde{K}_t/N_t$)、 n_{t+1} は $t+1$ 期の人口成長率 (対前期比: $n_{t+1} \equiv N_{t+1}/N_t$)、である。なお、労働 (=人口) N_t は各状態 s_t に依存しないものとする。すなわち、

$$N_t(s_t) = N_t \quad \forall s_t \in \{1, 2, \dots, J\} \quad (8)$$

と仮定する³⁾。

この経済において企業は、資本保有者である家計の予算制約式に取り込まれているという意味で家計の擬制であり、「生産技術を体現しているだけで何か組織的な実体があるわけではない」⁴⁾。ただし、ここでの企業は、不良資本化を判別できる存在という意味で、通常の新古典派モデルで想定されている企業像よりも、家計とは独立の存在意義をもっている。本稿のモデルにおける企業はその意味で、通常の新古典派モデルよりも若干ながら家計擬制度が低いといえる。

2. 資本の不良化と家計効用

本節では、資本の不良化が代表的家計の効用に与える影響について考察する。通常、「今期の消費財は来期まで保存できない」という「交換経済の仮定」⁵⁾のもとで、 t 期における時点効用関数は $u(c_t)$ 、 $du(c_t)/dc_t > 0$ というように、 t 期における消費支出の増加関数として定式化される。

本稿では、当該期の効用に対して、当該期の消費のみならず、資本不良度も影響を与え、と考える。このアイデアの背景は次のようなものである。本稿のモデルにおいて、資本の保有主体は家計であり、企業は家計から資本をレンタルして生産活動を行う。いわば資本は家計にとって保有資産である。ただし、前節で議論したように、家計は自らの保有資産である資本の不良度 (μ_t) について、それを保有している段階で知ることができない。一旦、資本は家計の手を離れて、企業に貸し出され、生産活動に使われる。このときに初めて、その資本不良度が判明する。すなわち、資本の不良度について最初に知ることができるのは企業である。家計が保有資本の不良度を知るのはその後のことである。

さて、家計がこの情報を知って消費するとしたら、どのようなことが起こり得るであろうか。消費者は、自らの保有資産の価値が減価していたという事実を明らかにされて、何も感じないだろうか。この場合、資産価値が減価することに伴うマイナスの心理効果が働くというのが自然な発想であろう⁶⁾。

ここでひとつのアイデアを提示したい。家計は資本不良度でウェイト付けした消費 ($\mu_t c_t$) だけ、自らが保有する資産価値の減価に伴ってマイナスの効用を得るとしよう。換言すれば、家計は消費 (c_t) から資本不良度でウェイト付けした消費 ($\mu_t c_t$) を除いた部分からプラスの効用を得るとしよう。このアイデアのもとで、時点効用関数は次のように定式化される。

$$u(\tilde{c}_t) = u[(1 - \mu_t)c_t] \quad (9)$$

$$\tilde{c}_t \equiv (1 - \mu_t)c_t \quad (10)$$

すなわち、このモデルでは、資本不良度でウェイト付けした消費の負値 ($-\mu_t c_t$) が「資本の不良化」に伴う一種の逆資産効果として作用すると考えている。この効果は不良資本による家計効用へのマイナス効果であることから、本稿ではこれを「不良資本の逆厚生効果」と呼ぶ⁷⁾。(10)式で定義されている \tilde{c}_t については、時点効用にプラスの厚生効果を与えるという意味で「有効消費」と呼ぶ。要するに、このモデルでは時点効用関数を有効消費に関する関数として定義する。

さて、(9)式の時点効用関数は次の性質を満たすものとする。すなわち、有効消費 \tilde{c}_t に関する導関数について、

$$\begin{aligned} u'_{\tilde{c},t} &\equiv \frac{du(\tilde{c}_t)}{d\tilde{c}_t} > 0 \\ u''_{\tilde{c},t} &\equiv \frac{d^2u(\tilde{c}_t)}{(d\tilde{c}_t)^2} < 0 \\ u'''_{\tilde{c},t} &\equiv \frac{d^3u(\tilde{c}_t)}{(d\tilde{c}_t)^3} > 0 \end{aligned} \quad (11)$$

という符号条件を満たしているものと仮定する。上の関係と $\mu_t \in [0,1]$ という仮定のもとで、時点効用関数(9)式は、消費 c_t に関する導関数について、

$$\begin{aligned} u'_{c,t} &\equiv \frac{\partial u(\tilde{c}_t)}{\partial c_t} = (1 - \mu_t) u'_{\tilde{c},t} > 0 \\ u''_{c,t} &\equiv \frac{\partial^2 u(\tilde{c}_t)}{(\partial c_t)^2} = (1 - \mu_t)^2 u''_{\tilde{c},t} < 0 \\ u'''_{c,t} &\equiv \frac{\partial^3 u(\tilde{c}_t)}{(\partial c_t)^3} = (1 - \mu_t)^3 u'''_{\tilde{c},t} > 0 \end{aligned} \quad (12)$$

という符号条件を満たす。

(11)式および(12)式の意味するところは、時点効用関数(9)式は消費に関して厳密に凹であり、限界効用関数は消費に関して厳密に凸である、ということである。これらの設定は、後述する選好パラメータ（危険回避度および慎重度）の符号条件と関係するところである。この点については次節にて議論する。

また、時点効用関数(9)式は、資本不良度 μ_t に関する導関数について、(11)式より、

$$\begin{aligned} u'_{\mu,t} &\equiv \frac{\partial u(\tilde{c}_t)}{\partial \mu_t} = (-c_t) u'_{\tilde{c},t} < 0 \\ u''_{\mu,t} &\equiv \frac{\partial^2 u(\tilde{c}_t)}{(\partial \mu_t)^2} = c_t^2 u''_{\tilde{c},t} < 0 \end{aligned}$$

という符号条件をもつ。すなわち、この関係は資本不良度が上がる（下がる）と時点効用にマイナス（プラス）の影響を与えるという「不良資本の逆厚生効果」を表している。

3. 危険回避度と慎重度（プルーデンス）

前節の (11) 式および (12) 式で示したように、ここでは時点効用関数の形状について凹関数と定義している。換言すると、これは危険回避的な消費者行動を想定していることを意味する⁸⁾。

Arrow (1951) および Pratt (1964) は、消費者の危険回避の程度を測る手法として、次のような尺度を提示した。

$$\gamma_t \equiv -\frac{u''_{c,t}c_t}{u'_{c,t}} \quad (13)$$

この尺度は、相対的危険回避度 (relative risk aversion) と呼ばれている。相対的危険回避度は限界効用の歪曲度合 (curvature) と消費水準の積を限界効用で標準化したものであり、効用関数の上方への張り出し方 (2 階微分) によって消費者の危険回避度を表したものである⁹⁾。

さて、将来の所得や消費に不確実性が存在する場合、危険回避的な消費者はどのような行動をとるだろうか。おそらく、将来の消費変動に備えて、現在消費を将来消費に振り替える、すなわち、将来の不測の事態に備えた貯蓄を増加させるだろう。このような「将来の所得の不確実性や万が一のアクシデント、あるいは健康状態などが悪化する可能性に備える貯蓄」¹⁰⁾ を「予備的貯蓄 (precautionary saving)」と呼ぶ。

実は、時点効用関数の 3 階微分の符号がこのような行動の鍵を握っている。(11) 式および (12) 式では、時点効用関数の消費に関する 3 階微分が正、すなわち、限界効用関数は消費に関して凸関数である、と仮定している。将来の消費変動の不確実性に伴う予備的貯蓄動機が存在するのは、効用関数の 3 階微分、つまり、限界効用の 2 階微分の符号が正の場合である¹¹⁾。

Kimball (1990) は、将来の消費変動の不確実性に伴う予備的貯蓄動機を測る方法として、相対的危険回避度と類似した次のような尺度を提案した。

$$\varepsilon_t \equiv -\frac{u'''_{c,t}c_t}{u''_{c,t}} \quad (14)$$

この ε_t は、相対的慎重度 (相対的プルーデンス; relative prudence) と呼ばれている¹²⁾。相対的慎重度は、将来の消費変動に備える予備的貯蓄が効用関数の 3 階微分に反映されることを示している。すなわち、限界効用の歪曲度が高まり、将来への慎重さ (プルーデンス) の度合いが大きくなるほど、不確実性に備えて消費を先延ばしするという予備的貯蓄動機が高まる、ということを表す指標である。

(12) 式の関係より、(13) 式および (14) 式の選好パラメータは、次のように表すことができる。

$$\gamma_t = -\frac{u''_{\tilde{c},t}(1-\mu_t)c_t}{u'_{\tilde{c},t}} = -\frac{u''_{\tilde{c},t}\tilde{c}_t}{u'_{\tilde{c},t}} \quad (15)$$

$$\varepsilon_t = -\frac{u''_{\tilde{c}_t}(1-\mu_t)c_t}{u''_{\tilde{c}_t}} = -\frac{u'''_{\tilde{c}_t}\tilde{c}_t}{u''_{\tilde{c}_t}} \quad (16)$$

この関係は、次節でのモデル展開に際して用いられる。

III. 不良資本の逆厚生効果を組み込んだ C-CAPM

本節では、前節での設定に基づき、資本の不良化、および、これに伴う逆厚生効果を組み込んだ C-CAPM を提示する。基本的な枠組みとしては、北村・藤木（1997）の「生産側情報を利用した C-CAPM」に基づき、資本の不良化が資産価格に与える影響を分析していく。

1. 代表的家計の最適化問題

第II節での設定に基づき、代表的家計モデルの枠組みのもとで、家計と企業の行動を統合して、資産価格の決定問題を考察しよう。すなわち、予算制約のもとで、代表的家計は現在（0期）から将来にかけての消費から得られる期待効用の割引現在価値が最大になるように消費と資産を選択する、としよう。これを定式化すると、次の数学的問題になる¹³⁾。

$$\begin{aligned} \max_{c_t, k_{t+1}} \quad & u(\tilde{c}_0) + \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{s_t=1}^J \beta^t \cdot u(\tilde{c}_t(s_t)) \cdot \pi_0(s_t) \\ \text{subject to} \quad & f(\tilde{k}_t(s_t)) = c_t(s_t) + n_{t+1} \cdot k_{t+1}(s_{t+1}) - (1-\delta) \cdot \tilde{k}_t(s_t) \quad (7) \\ & \tilde{k}_t(s_t) = (1-\mu_t(s_t)) \cdot k_t(s_t) \quad (4) \\ & \tilde{c}_t(s_t) = (1-\mu_t(s_t)) \cdot c_t(s_t) \quad (10) \end{aligned}$$

ただし、 ρ ：時間選好率（定数、 $\rho \in (0, \infty)$ ）、 $\beta = 1/(1+\rho)$ ：主観的割引率（定数、 $\beta \in (0, 1)$ ）、である。

この問題を解くためのラグランジュ関数は次のように設定される。

$$\begin{aligned} L = & u(\tilde{c}_0) + \lambda_0 (f(\tilde{k}_0) - c_0 - n_1 \cdot k_1 + (1-\delta) \cdot \tilde{k}_0) \\ & + \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{s_t=1}^J \beta^t \left[u(\tilde{c}_t(s_t)) + \lambda_t (f(\tilde{k}_t(s_t)) - c_t(s_t) \right. \\ & \left. - n_{t+1} \cdot k_{t+1}(s_{t+1}) + (1-\delta) \cdot \tilde{k}_t(s_t)) \right] \pi_0(s_t) \end{aligned} \quad (17)$$

ただし、 $\{\lambda_t\}_{t=0}^{\infty}$ はラグランジュ乗数の系列である。

このとき、最大化のための一階の条件は以下ようになる。

$$c_t(s_t): (1-\mu_t(s_t)) \cdot u'_{\tilde{c}_t}(s_t) - \lambda_t = 0 \quad \text{for } t \in [0, \infty) \text{ and } s_t \in \{1, 2, \dots, J\} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} k_{t+1}(s_{t+1}): \quad & \lambda_t \cdot n_{t+1} \cdot \pi_t(s_t) \\ & - \beta \cdot \lambda_{t+1} \cdot (1-\mu_{t+1}(s_{t+1})) \left(1 + f'_{\tilde{k}_{t+1}}(s_{t+1}) - \delta \right) \cdot \pi_t(s_{t+1}) = 0 \quad (19) \\ & \text{for } t \in [0, \infty) \text{ and } s_t, s_{t+1} \in \{1, 2, \dots, J\} \end{aligned}$$

ただし、 $u'_{\tilde{c}_t}(s_t) \equiv \frac{du(\tilde{c}_t(s_t))}{d\tilde{c}_t(s_t)}$, $f'_{\tilde{k}_{t+1}}(s_{t+1}) \equiv \frac{df(\tilde{k}_{t+1}(s_{t+1}))}{d\tilde{k}_{t+1}(s_{t+1})}$.

(19) 式に (18) 式を代入して整理すると、

$$\beta \frac{u'_{\tilde{c},t+1}(s_{t+1})}{u'_{\tilde{c},t}(s_t)} \frac{(1-\mu_{t+1}(s_{t+1}))^2}{1-\mu_t(s_t)} \left(1 + f'_{k,t+1}(s_{t+1}) - \delta\right) \pi_t(s_{t+1}) - n_{t+1} \cdot \pi_t(s_t) = 0 \quad (20)$$

for $t \in [0, \infty)$ and $s_t, s_{t+1} \in \{1, 2, \dots, J\}$

が得られる。

(20) 式の期待値をとると、

$$\beta \sum_{s_{t+1}=1}^J \frac{u'_{\tilde{c},t+1}(s_{t+1})}{u'_{\tilde{c},t}(s_t)} \frac{(1-\mu_{t+1}(s_{t+1}))^2}{1-\mu_t(s_t)} \left(1 + f'_{k,t+1}(s_{t+1}) - \delta\right) \pi_t(s_{t+1}) - n_{t+1} = 0 \quad (21)$$

for $t \in [0, \infty)$

が成立する。(21) 式はオイラー方程式と呼ばれる関係であり、均衡資産収益率の決定式である。

ここで、確率変数 x_t に関する条件付き期待値オペレータを

$$E_h \{x_t | \Omega_h\} \equiv \sum_{s_{t+j}=1}^J x_t(s_{t+j}) \cdot \pi_h(s_{t+j}) \quad \text{for } t \in [1, \infty), j \in [0, \infty), \text{ and } h \in [0, \infty) \quad (22)$$

と定義すると、オイラー方程式 (21) 式は

$$E_t \left\{ \beta \frac{u'_{\tilde{c},t+1}(s_{t+1})}{u'_{\tilde{c},t}(s_t)} \frac{(1-\mu_{t+1})^2}{1-\mu_t} \left(1 + f'_{k,t+1} - \delta\right) - n_{t+1} \middle| \Omega_t \right\} = 0 \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (23)$$

と表すことができる。

2. 実質利子率の決定メカニズム

定常均衡のもとで、人口は一定 ($n_{t+1} = 1$) であり、均衡実質利子率 r_{t+1} は、

$$r_{t+1} = f'_{k,t+1} - \delta \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (24)$$

となる¹⁴⁾。したがって、前節で導出されたオイラー方程式(21)式は、

$$\beta \sum_{s_{t+1}=1}^J \frac{u'_{\tilde{c},t+1}(s_{t+1})}{u'_{\tilde{c},t}(s_t)} \frac{(1-\mu_{t+1}(s_{t+1}))^2}{1-\mu_t(s_t)} (1+r_{t+1}(s_{t+1})) \cdot \pi_t(s_{t+1}) - 1 = 0 \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (25)$$

と表され、期待値オペレータ表現のオイラー方程式 (23) 式は、

$$E_t \left\{ \beta \frac{u'_{\tilde{c},t+1}(s_{t+1})}{u'_{\tilde{c},t}(s_t)} \frac{(1-\mu_{t+1})^2}{1-\mu_t} (1+r_{t+1}) - 1 \middle| \Omega_t \right\} = 0 \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (26)$$

と表される。

このオイラー方程式から、テイラー展開を行うことによって、実質利子率の決定式を導出しよう。まず、そのための準備として、オイラー方程式について、次のような関係を定義する。

$$\begin{aligned}
& v(c_{t+1}(s_{t+1}), \mu_{t+1}(s_{t+1}), r_{t+1}(s_{t+1}), \rho) \\
& \equiv \frac{1}{1+\rho} \frac{u'_{c,t+1}(s_{t+1})}{u'_{c,t}(s_t)} \frac{(1-\mu_{t+1}(s_{t+1}))^2}{1-\mu_t(s_t)} (1+r_{t+1}(s_{t+1})) \cdot \pi_t(s_{t+1}) \\
& \quad \text{for } t \in [0, \infty) \text{ and } s_{t+1} \in \{1, 2, \dots, J\}
\end{aligned} \tag{27}$$

ちなみに、(27) 式について期待値をとった式は、オイラー方程式 (25) 式と同値になる。よって、(25) 式と (27) 式より、

$$\sum_{s_{t+1}=1}^J v(c_{t+1}(s_{t+1}), \mu_{t+1}(s_{t+1}), r_{t+1}(s_{t+1}), \rho) = 1 \quad \text{for } t \in [0, \infty) \tag{28}$$

という関係が成り立つ。

(27) 式を $c_{t+1}, \mu_{t+1}, r_{t+1}, \rho$ についてテイラー展開すると、次のような近似式を得ることができる¹⁵⁾。

$$\begin{aligned}
& v(c_{t+1}(s_{t+1}), \mu_{t+1}(s_{t+1}), r_{t+1}(s_{t+1}), \rho) \\
& \equiv (1-\mu_t(s_t)) \cdot \pi_t(s_{t+1}) \cdot \left\{ 1+r_{t+1}(s_{t+1}) - \rho - \gamma_t(s_t) \frac{\Delta c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)} \right. \\
& \quad + \frac{\gamma_t(s_t) \cdot \varepsilon_t(s_t)}{2} \left(\frac{\Delta c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)} \right)^2 + (\gamma_t(s_t) - 2) \frac{\mu_t(s_t)}{1-\mu_t(s_t)} \frac{\Delta \mu_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t)} \\
& \quad + \frac{\gamma_t(s_t) \cdot (\varepsilon_t(s_t) - 4) + 2 \left(\frac{\mu_t(s_t)}{1-\mu_t(s_t)} \right)^2 \left(\frac{\Delta \mu_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t)} \right)^2}{2} \\
& \quad \left. - \gamma_t(s_t) \cdot (\varepsilon_t(s_t) - 3) \frac{\mu_t(s_t)}{1-\mu_t(s_t)} \frac{\Delta c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)} \frac{\Delta \mu_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t)} \right\} \\
& \quad \text{for } t \in [0, \infty) \text{ and } s_{t+1} \in [1, J]
\end{aligned} \tag{29}$$

ただし、 $\Delta c_{t+1}(s_{t+1}) \equiv c_{t+1}(s_{t+1}) - c_t(s_t)$ 、 $\Delta \mu_{t+1}(s_{t+1}) \equiv \mu_{t+1}(s_{t+1}) - \mu_t(s_t)$ である。

(29) 式について期待値をとると、

$$\begin{aligned}
& \sum_{s_{t+1}=1}^J v(c_{t+1}(s_{t+1}), \mu_{t+1}(s_{t+1}), r_{t+1}(s_{t+1}), \rho) \\
& \equiv (1-\mu_t(s_t)) \sum_{s_{t+1}=1}^J \pi_t(s_{t+1}) \left\{ 1+r_{t+1}(s_{t+1}) - \rho - \gamma_t(s_t) \frac{\Delta c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)} \right. \\
& \quad + \frac{\gamma_t(s_t) \cdot \varepsilon_t(s_t)}{2} \left(\frac{\Delta c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)} \right)^2 + (\gamma_t(s_t) - 2) \frac{\mu_t(s_t)}{1-\mu_t(s_t)} \frac{\Delta \mu_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t)} \\
& \quad + \frac{\gamma_t(s_t) \cdot (\varepsilon_t(s_t) - 4) + 2 \left(\frac{\mu_t(s_t)}{1-\mu_t(s_t)} \right)^2 \left(\frac{\Delta \mu_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t)} \right)^2}{2} \\
& \quad \left. - \gamma_t(s_t) \cdot (\varepsilon_t(s_t) - 3) \frac{\mu_t(s_t)}{1-\mu_t(s_t)} \frac{\Delta c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)} \frac{\Delta \mu_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t)} \right\} \quad \text{for } t \in [0, \infty)
\end{aligned} \tag{30}$$

となる。(28) 式と (30) 式より、

$$\begin{aligned}
& 1 - \rho + \sum_{s_{t+1}=1}^J \pi_t(s_{t+1}) \left\{ r_{t+1}(s_{t+1}) - \gamma_t(s_t) \frac{\Delta c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)} \right. \\
& \quad + \frac{\gamma_t(s_t) \cdot \varepsilon_t(s_t)}{2} \left(\frac{\Delta c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)} \right)^2 + (\gamma_t(s_t) - 2) \frac{\mu_t(s_t)}{1 - \mu_t(s_t)} \frac{\Delta \mu_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t)} \\
& \quad + \frac{\gamma_t(s_t) \cdot (\varepsilon_t(s_t) - 4) + 2}{2} \left(\frac{\mu_t(s_t)}{1 - \mu_t(s_t)} \right)^2 \left(\frac{\Delta \mu_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t)} \right)^2 \\
& \quad \left. - \gamma_t(s_t) \cdot (\varepsilon_t(s_t) - 3) \frac{\mu_t(s_t)}{1 - \mu_t(s_t)} \frac{\Delta c_{t+1}(s_{t+1})}{c_t(s_t)} \frac{\Delta \mu_{t+1}(s_{t+1})}{\mu_t(s_t)} \right\} \cong (1 - \mu_t(s_t))^{-1} \\
& \quad \text{for } t \in [0, \infty)
\end{aligned} \tag{31}$$

となる。

ここで、確率変数 x_t に関する条件付き分散オペレータを

$$\begin{aligned}
& \text{Var}_h \{x_t | \Omega_h\} \equiv \sum_{s_{t+j}=1}^J (x_t(s_{t+j}) - E_h \{x_t | \Omega_h\}) \pi_h(s_{t+j}) \\
& \quad \text{for } t \in [1, \infty), j \in [0, \infty), \text{ and } h \in [0, \infty)
\end{aligned} \tag{32}$$

と定義し、確率変数 x_t, y_t に関する条件付き共分散オペレータを

$$\begin{aligned}
& \text{Cov}_h \{x_t, y_t | \Omega_h\} \equiv \sum_{s_{t+j}=1}^J (x_t(s_{t+j}) - E_h \{x_t | \Omega_h\}) (y_t(s_{t+j}) - E_h \{y_t | \Omega_h\}) \pi_h(s_{t+j}) \\
& \quad \text{for } t \in [1, \infty), j \in [0, \infty), \text{ and } h \in [0, \infty)
\end{aligned} \tag{33}$$

と定義する。

(31) 式を期待実質利子率について整理し、さらに期待値オペレータ (22) 式、分散オペレータ (32) 式、および共分散オペレータ (33) 式を用いると、

$$\begin{aligned}
& E_t(r_{t+1} | \Omega_t) \equiv \rho + \eta_t + \gamma_t \cdot E_t \left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t} \middle| \Omega_t \right) - \frac{\gamma_t \cdot \varepsilon_t}{2} \cdot \text{Var}_t \left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t} \middle| \Omega_t \right) \\
& \quad - (\gamma_t - 2) \eta_t \cdot E_t \left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t \right) - \frac{\gamma_t (\varepsilon_t - 4) + 2}{2} \eta_t^2 \cdot \text{Var}_t \left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t \right) \\
& \quad + \gamma_t (\varepsilon_t - 3) \eta_t \cdot \text{Cov}_t \left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}, \frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t \right) \quad \text{for } t \in [0, \infty)
\end{aligned} \tag{34}$$

という関係が成り立つ¹⁶⁾。ただし、 $\eta_t \equiv \frac{\mu_t}{1 - \mu_t} > 0$ ：不良対有効資本比率、である。

(34) 式より、定常均衡における期待実質利子率は、消費成長率の平均および分散、不良資本度変化率の平均および分散、消費成長率と不良資本度変化率の共分散、不良資本度、並びに、消費者の選好パラメータ（時間選好率、相対的危険回避度、相対的慎重度）といった各要因によって説明されることがわかる。

3. 資産価格決定モデルに関するパズルの再考

本節では、定常均衡における期待実質利子率 (34) 式について、時点効用関数を特定化し、資産価格決定モデルに関するパズルを考察しよう。

資産価格決定モデルや経済成長モデルなどの動学的マクロ経済モデルで、よく用いられる時点効用関数の特定化として、次のような関数型がある。

$$u(c_t) = \begin{cases} \frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} & \text{for } \gamma > 0 \text{ and } \gamma \neq 1 \\ \log c_t & \text{for } \gamma = 1 \end{cases} \quad (35)$$

ただし、パラメータ γ は定数である。この時点効用関数について、第 II.3 節で取り上げた相対的危険回避度 (13) 式、相対的慎重度 (14) 式を計算するとそれぞれ、

$$\gamma_t = \gamma > 0 \text{ (const.)} \quad (36)$$

$$\varepsilon_t = \gamma + 1 > 1 \text{ (const.)} \quad (37)$$

となる。すなわち、(36) 式および (37) 式で表されているように、(35) 式のような関数型のもとでは、相対的危険回避度および相対的慎重度は定数となることがわかる。特に (36) 式で示された性質から、時点効用関数 (35) 式は、相対的危険回避度一定 (Constant Relative Risk Aversion: 以下では、CRRA と表記) 型効用関数と呼ばれている¹⁷⁾。

さて、本稿では資本の不良化が家計効用にマイナスの影響を与えるという「不良資本の逆厚生効果」を考察している。第 II.2 節で議論したように、時点効用関数を有効消費 \tilde{c}_t に関する関数 (9) 式として定式化した。時点効用関数の特定化に当たり、有効消費 \tilde{c}_t に関する CRRA 型効用関数を次のように定式化する。

$$u(\tilde{c}_t) = \begin{cases} \frac{\tilde{c}_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} & \text{for } \gamma > 0 \text{ and } \gamma \neq 1 \\ \log \tilde{c}_t & \text{for } \gamma = 1 \end{cases} \quad (38)$$

この時点効用関数 (38) 式のもとでは、(15) 式および (16) 式より、相対的危険回避度 γ_t と相対的慎重度 ε_t はそれぞれ、(36) 式および (37) 式と同じものになる。したがって、(38) 式の時点効用関数は通常の CRRA 型効用関数と同じように取り扱うことができるという利便性をもつ。

時点効用関数を有効消費 \tilde{c}_t に関する CRRA 型効用関数 (38) 式に特定化した場合、オイラー方程式 (26) 式は、

$$E_t \left\{ \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} \frac{(1-\mu_{t+1})^{2-\gamma}}{(1-\mu_t)^{1-\gamma}} (1+r_{t+1}) - 1 \middle| \Omega_t \right\} = 0 \quad \text{for } t \in [0, \infty) \quad (39)$$

となる。

オイラー方程式 (39) 式のテイラー展開式である期待実質利子率の決定式は、(34) 式に (36)

式および (37) 式を代入することにより、

$$\begin{aligned}
 E_t(r_{t+1}|\Omega_t) &\cong \rho + \eta_t + \gamma \cdot E_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t} \middle| \Omega_t\right) - \frac{\gamma(\gamma+1)}{2} \cdot \text{Var}_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t} \middle| \Omega_t\right) \\
 &\quad - (\gamma-2)\eta_t \cdot E_t\left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t\right) - \frac{(\gamma-1)(\gamma-2)}{2} \eta_t^2 \cdot \text{Var}_t\left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t\right) \\
 &\quad + \gamma(\gamma-2)\eta_t \cdot \text{Cov}_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}, \frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t\right) \quad \text{for } t \in [0, \infty)
 \end{aligned} \tag{40}$$

と導出される。

(40) 式について、資本の不良化を考慮しなければ ($\mu_t=0$)、次式が成り立つ。

$$E_t(r_{t+1}|\Omega_t) \cong \rho + \gamma \cdot E_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t} \middle| \Omega_t\right) - \frac{\gamma(\gamma+1)}{2} \cdot \text{Var}_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t} \middle| \Omega_t\right) \quad \text{for } t \in [0, \infty) \tag{41}$$

この (41) 式は、資本の不良化を考慮しない通常の CRRA 型効用関数 (35) 式に特定化したモデルにおける期待実質利率の決定式である。

(41) 式については、米国において現実に観察される非常に低い平均実質利率、および、非常に高いリスク・プレミアム (安全利率とマーケット・ポートフォリオ収益率との平均超過収益率) を説明することができない、という問題が知られている。前者は、安全利率パズル (risk-free rate puzzle)、後者は、マーラー=プレスコット・パズル [Mehra and Prescott (1985)]、ないし、リスク・プレミアム・パズル、と呼ばれている¹⁸⁾。実際の収益率が通常の C-CAPM からの予測値と一致するためには、 γ について過大な正の値に設定するか、 ρ に強い負の値を想定する必要がある。もっとも、これらのパラメータの設定は現実的な状況を反映しているとはいえない。

一方、(40) 式では、通常のモデルにおける期待実質利率 (41) 式に

$$\eta_t - (\gamma-2)\eta_t \left[E_t\left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t\right) + \frac{(\gamma-1)}{2} \eta_t \text{Var}_t\left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t\right) - \gamma \text{Cov}_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}, \frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t\right) \right] \tag{42}$$

が加わっている。

いま μ_t が一定期間上昇し、消費と資本不良度の間に負の相関があるとしよう。また、 γ は十分大きい正の値をとるものとする。すなわち、

$$E_t\left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t\right) > 0, \quad \text{Cov}_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}, \frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t\right) < 0, \quad \gamma > 2. \tag{43}$$

が成り立つ状況を考える。このとき、(42) 式第 2 項の符号はマイナスとなる。この状況のもとで、

$$\eta_t < (\gamma-2)\eta_t \left[E_t\left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t\right) + \frac{(\gamma-1)}{2} \eta_t \text{Var}_t\left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t\right) - \gamma \text{Cov}_t\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}, \frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t\right) \right] \tag{44}$$

が成立するならば、(40) 式から予測される平均実質利率は、(41) 式のそれと比較して、幾ばくか低く抑えられた値になる。つまり、(40) 式のもとでは、資産価格決定モデルのパズルである

選好パラメータの非現実的な値について、ある程度は緩和される可能性を見出し得るのである。

IV. おわりに

本稿では、不良債権や過剰債務の発生が実体経済に与える経路について、資本の不良化が生産のみならず、家計効用に対して負の効果をもたらす「不良資本の逆厚生効果」というアイデアを提示し、この問題について C-CAPM の枠組みに基づいて経済理論的に考察した。

資本の不良化を組み込んだ C-CAPM に関するこれまでの分析結果をまとめると、次のように整理される。不良資本の発生自体は、生産関数に対する効果（生産関数の独立変数）に留まる限り、安全利子率パズルやリスク・プレミアム・パズルといった資産価格決定モデルのパズルを解消するうえで何らの貢献もなさない。ただし、「不良資本の逆厚生効果」、すなわち、不良資本が効用に与えるマイナスの効果をモデルに組み込むと、不良資本が一定期間、継続的に発生する場合、安全利子率パズルやリスク・プレミアム・パズルを幾分解消する可能性が考えられる。

次なる課題は、本稿のモデルを現実のデータによって実証することである。その際には、不良資本度 μ_t を現実のデータに即してどのように指標化するか、どのようなデータによって μ_t を推計するか、また、 μ_t についてどのような代理変数が候補となり得るか、といったことが問題となろう。この点については、稿を改めて取り組むことにしたい。

引用文献、注

- 1) 本稿のように有効資本を定義している先行研究に脇田（2007）がある。ただし、脇田（2007）は μ_t を単に「過剰融資、あるいは不良債権比率」ととらえているのに対して、本稿では生産側情報に基づく C-CAPM に不良債権・過剰債務を組み込むという意図のもとで、本節で展開しているような「資本の不良化」というアイデアを提示している。
- 2) t 期における状態 s_t ごとの確率変数 x_t は

$$x_t \equiv x_t(s_t)$$
 を意味し、本来は $x_t(s_t)$ と表記すべきである。ただし本稿では、特に状態 s_t を明記する必要がない限りは、その定式化の表現が煩雑になるのを防ぐために、 x_t と表記する。
- 3) ここでは特に、確率変数 N_t が状態 s_t に依存しないことを明記する必要があるため、(8) 式左辺の確率変数を $N_t(s_t)$ と表記する。
- 4) 齊藤（2006）、p.6 より引用した。
- 5) 交換経済の仮定については、齊藤（2006）、第3章、§3.2.3、p.108 を参照されたい。
- 6) 実際、資産価格変動が実体経済に与える経路として、消費に対する（逆）資産効果が指摘されている。例えば、平成バブル期の日本における（逆）資産効果の実証研究については、武藤・河合・佐野（1993）や小川・北坂（1998）を参照されたい。

- 7) この効果は筆者がみたところ、本稿独自のアイデアであり、適当な用語が存在しない。そこで、ここでは仮に「不良資本の逆厚生効果」と呼んでいる。この他には、「不良資本の逆資産効果」という用語も候補の一つである。
- 8) Jensen の不等式より、消費者の危険に対する選好と時点効用関数の形状に関しては、
 消費者は危険回避的 ⇔ 時点効用関数は凹関数
 消費者は危険中立的 ⇔ 時点効用関数は線形関数
 消費者は危険愛好的 ⇔ 時点効用関数は凸関数
 という関係がある。詳細については、酒井（1982）の第 2 章、および、池田（2000）の第 1 章を参照されたい。
- 9) 相対的危険回避度に関する詳細は、齊藤（2006）、第 3 章、§ 3.6.1 を参照されたい。
- 10) 齊藤（2006）、p.161 より引用した。
- 11) このような予備的貯蓄と効用関数の形状（3 階の導関数）との関係については、Romer（1996）、ch.7、§ 7.6 の説明がわかりやすく、有用である。日本における家計の予備的貯蓄行動の実証分析については例えば、石井（2009）を参照されたい。
- 12) 相対的慎重度に関する詳細は、Kimball（1990）、および、齊藤（2006）、第 3 章、§ 3.6.4 を参照されたい。なお、relative prudence の訳語として、Romer（1996）の堀・岩成・南條訳（1998）では「相対的慎重度」、齊藤（2006）では「相対的ブルーデンス」が採用されている。
- 13) 第 II 節までは、表記の煩雑化を避けるために、状態 s_t ごとの確率変数 x を $x_t(s_t)$ と表記せず、簡略化した x_t で表記していた。本節では、期待効用の最適化問題を分析するため、特に状態 s_t を明記した $x_t(s_t)$ で確率変数 x を表記する。
- 14) Barro and Sala-i-Martin（1995）、ch.2、§ 2.2 を参照されたい。
- 15) (29) 式の導出にあたって、 $r_{t+1}(s_{t+1})$ 、 ρ については原点周りで 1 次の展開を行い、 $c_{t+1}(s_{t+1})$ については $c_t(s_t)$ の周りで 2 次の展開、 $\mu_{t+1}(s_{t+1})$ については $\mu_t(s_t)$ の周りで 2 次の展開を行っている。なお、この導出に当たって、齊藤（2006）、第 3 章における導出過程を参考にしている。
- 16) (34) 式の導出に当たっては、次の関係を仮定している。(34) 式の右辺第 4 項については、齊藤（2006）

と同様、 $\left[E_t \left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t} \middle| \Omega_t \right) \right]^2 \cong 0$ と仮定して、 $E_t \left[\left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t} \right)^2 \middle| \Omega_t \right]$ を $Var_t \left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t} \middle| \Omega_t \right)$ に置き換えている。齊藤

(2006)、p.124、脚注 15 を参照されたい。同様に、(34) 式の右辺第 6 項については、 $\left[E_t \left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t \right) \right]^2 \cong 0$

と仮定し、 $E_t \left[\left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \right)^2 \middle| \Omega_t \right]$ を $Var_t \left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t \right)$ に置き換えている。また、(34) 式の右辺第 7 項について

は、 $E_t \left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t} \middle| \Omega_t \right) \cdot E_t \left(\frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t \right) \cong 0$ と仮定し、 $E_t \left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t} \cdot \frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t \right)$ を $Cov_t \left(\frac{\Delta c_{t+1}}{c_t}, \frac{\Delta \mu_{t+1}}{\mu_t} \middle| \Omega_t \right)$ に置き換

えている。

- 17) というよりも、相対的危険回避度が一定になるような関数型を求めた結果、(35) 式のような時点効用関

数が導出されたといった方が適当かもしれない。詳細については、酒井（1982）の第 5 章、および池田（2000）の第 1 章を参照されたい。

- 18) 安全利子率パズル、および、リスク・プレミアム・パズルに関する詳細は、齊藤（2006）、第 3 章、§ 3.5.8 および § 3.5.9 を参照されたい。

参考文献

- 池田昌幸（2000）、『金融経済学の基礎（ファイナンス講座 2）』、朝倉書店。
- 石井達也（2009）、「バブルからデフレ期にかけての家計の予備的貯蓄行動の変化」、内閣府経済社会総合研究所監修、深尾京司編『マクロ経済と産業構造（バブル／デフレ期の日本経済と経済政策 1）』第 3 章、pp. 59-85、慶應義塾大学出版会。
- 小川一夫・北坂真一（1998）、『資産市場と景気変動』、日本経済新聞社。
- 北村行伸・藤木裕（1997）、「サプライ・サイド情報を利用した消費に基づく資本資産価格モデルの推計」、『金融研究』（日本銀行金融研究所）、第 16 巻第 4 号、pp.137-154。
- 齊藤誠（2006）、『新しいマクロ経済学（新版）』、有斐閣。
- 酒井泰弘（1982）、『不確実性の経済学』、有斐閣。
- 武藤博道・河合啓希・佐野美智子（1993）、「消費と逆資産効果」、『日本経済研究』（日本経済研究センター）第 26 号、pp.57-86。
- 森澤龍也（2011）、「資本の不良化と資産価格付け—生産側情報を利用した C-CAPM による考察—」、『流通科学大学論集 経済・経営情報編』（流通科学大学）、第 19 巻第 2 号、pp.1-12。
- 脇田成（2007）、「不良債権処理のマクロ的インパクト 失われた 10 年第三の仮説」、景気日付研究会沼津コンファレンス発表論文。
- Arrow, K. J. (1951) , “Alternative Approaches to the Theory of Choice in Risk-Taking Situations,” *Econometrica* 19, pp.404-437.
- Barro, R. J. and X. Sala-i-Martin (1995) , *Economic Growth*, McGraw-Hill. [(邦訳) 大住圭介訳 (1997) 『内生的経済成長論 I』、(1998) 『内生的経済成長論 II』、九州大学出版会。]
- Kimball, M. S. (1990) , “Precautionary Saving in the Small and in the Large,” *Econometrica* 58, pp.53-73.
- Mehra, R. and E. C. Prescott (1985) , “The Equity Premium: A Puzzle,” *Journal of Monetary Economics* 15, pp.145-161.
- Pratt, J. W. (1964) , “Risk Aversion in the Small and in the Large,” *Econometrica* 32, pp.122-136.
- Romer, D. (1996) , *Advanced Macroeconomics*, McGraw-Hill. [(邦訳) 堀雅博・岩成博夫・南條隆 (1998)、『上級マクロ経済学』、日本評論社。]